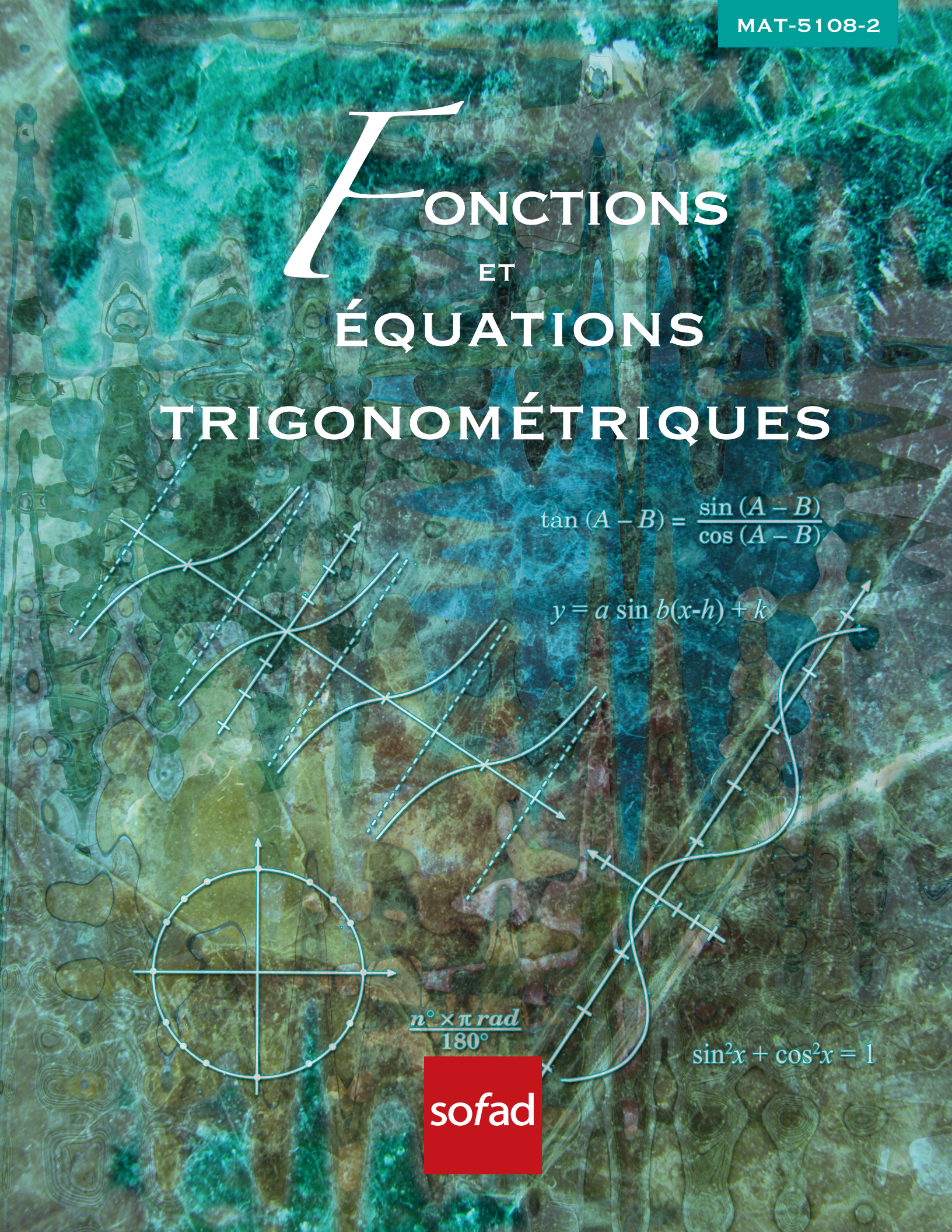
MAT-5108-2

# Fonctions et équations trigonométriques




sofad

# MAT-5108-2

# FONCTIONS

# ET

# ÉQUATIONS

# TRIGONOMÉTRIQUES

sofad

*Coordonnateur des mathématiques : Jean-Paul Groleau*

*Rédacteur : Alain Malouin*

*Réviseur du contenu : Jean-Paul Groleau*

*Réviseur pédagogique : Jean-Paul Groleau*

*Réviseure linguistique : Johanne St-Martin*

*Édition électronique : P.P.I. inc.*

*Page couverture : Daniel Rémy*

*Première édition : 2007*

© Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec

Tous droits de traduction et d'adaptation, en totalité ou en partie, réservés pour tous pays. Toute reproduction, par procédé mécanique ou électronique, y compris la micro-reproduction, est interdite sans l'autorisation écrite d'un représentant dûment autorisé de la Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec (SOFAD).

Dépôt légal — 2007

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-2-89493-319-0

# TABLE DES MATIÈRES

Présentation de l'ordinogramme ..... 0.4
Ordinogramme du programme ..... 0.5
Comment utiliser ce guide ..... 0.6
Introduction générale ..... 0.9
Objectifs intermédiaires et terminaux du module ..... 0.11
Épreuve diagnostique sur les préalables ..... 0.21
Corrigé de l'épreuve diagnostique sur les préalables ..... 0.25
Analyse des résultats de l'épreuve diagnostique ..... 0.27
Suivez-vous ce cours en formation à distance? ..... 0.29

## SOUS-MODULES

1. Transformation des degrés en radians et des radians en degrés ..... 1.1
2. La fonction d'enroulement ..... 2.1
3. Évaluation d'une fonction trigonométrique pour un nombre exprimé en radians ..... 3.1
4. Représentation graphique d'une fonction trigonométrique ..... 4.1
5. Représentation graphique d'une fonction sinusoïdale ..... 5.1
6. Identités trigonométriques fondamentales ..... 6.1
7. Démonstration d'identités trigonométriques simples ..... 7.1
8. Résolution d'une équation trigonométrique simple du premier degré ou du deuxième degré ..... 8.1
9. Fonctions trigonométriques s'appliquant à une somme ou à une différence de deux réels ..... 9.1
10. Résolution de problèmes à l'aide des fonctions sinusoïdales ..... 10.1

Synthèse finale ..... 11.1
Corrigé de la synthèse finale ..... 11.10
Objectifs terminaux ..... 11.17
Épreuve d'autoévaluation ..... 11.21
Corrigé de l'épreuve d'autoévaluation ..... 11.33
Analyse des résultats de l'épreuve d'autoévaluation ..... 11.41
Évaluation finale ..... 11.43
Corrigé des exercices ..... 11.45
Glossaire ..... 11.151
Liste des symboles ..... 11.155
Bibliographie ..... 11.156

Activités de révision ..... 12.1

# PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

## BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP) et certains programmes de niveau collégial (cégep) pour la route MAT-4104-2.

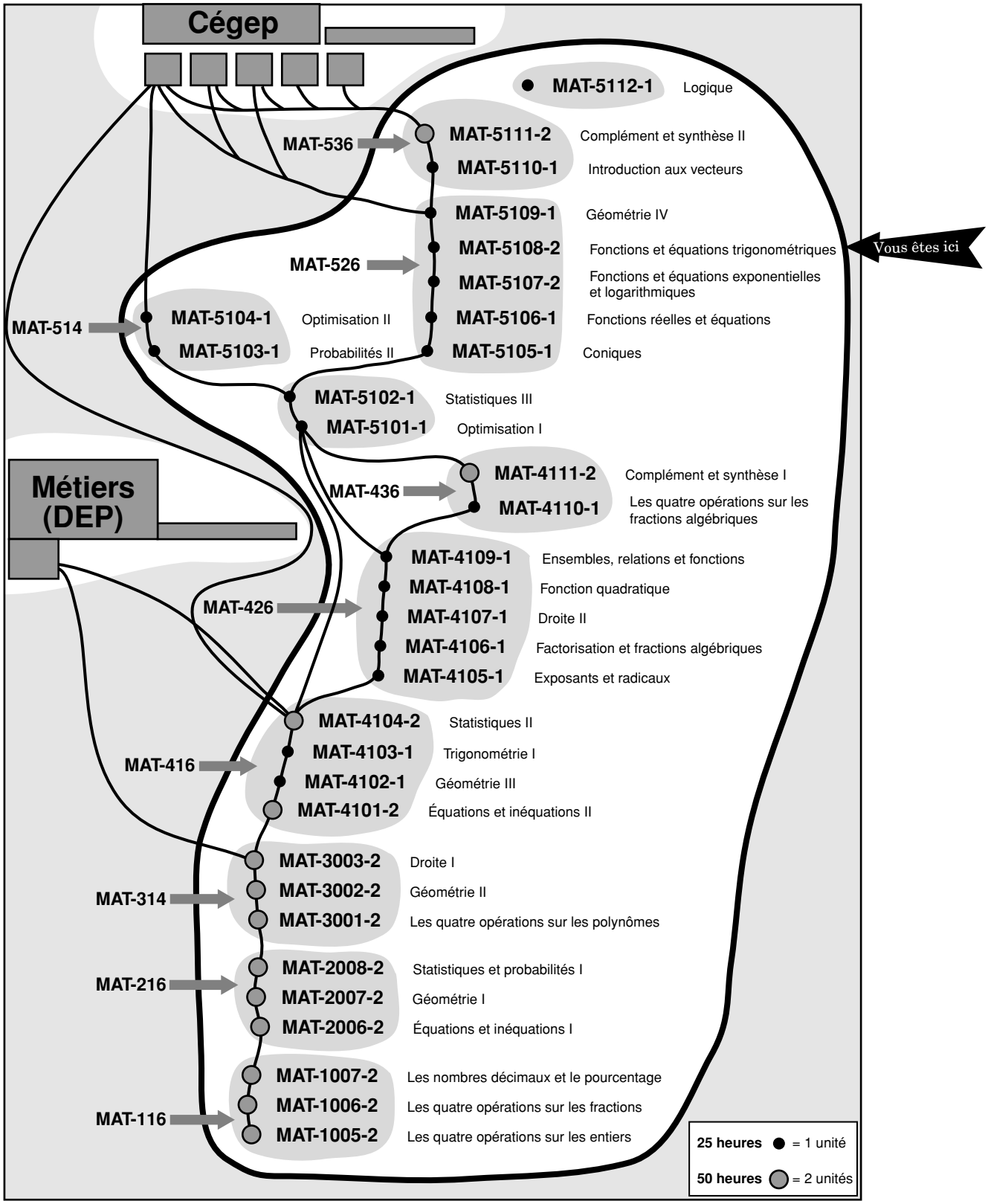
Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au niveau collégial (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

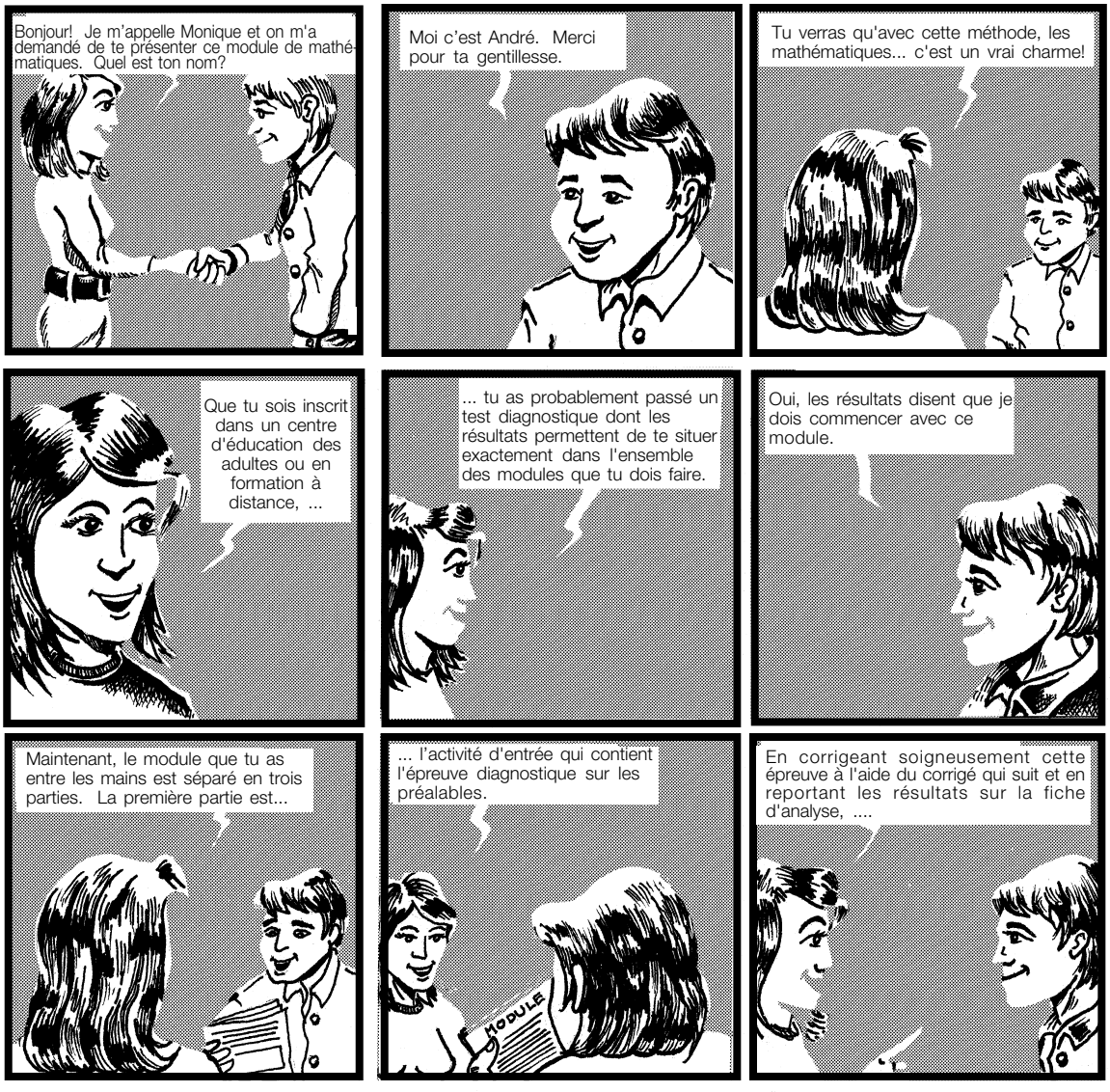
S'il s'agit de votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez la section intitulée « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la section intitulée « Introduction générale ». Bon travail!


© SOFAD

# ORDINOGRAMME DU PROGRAMME

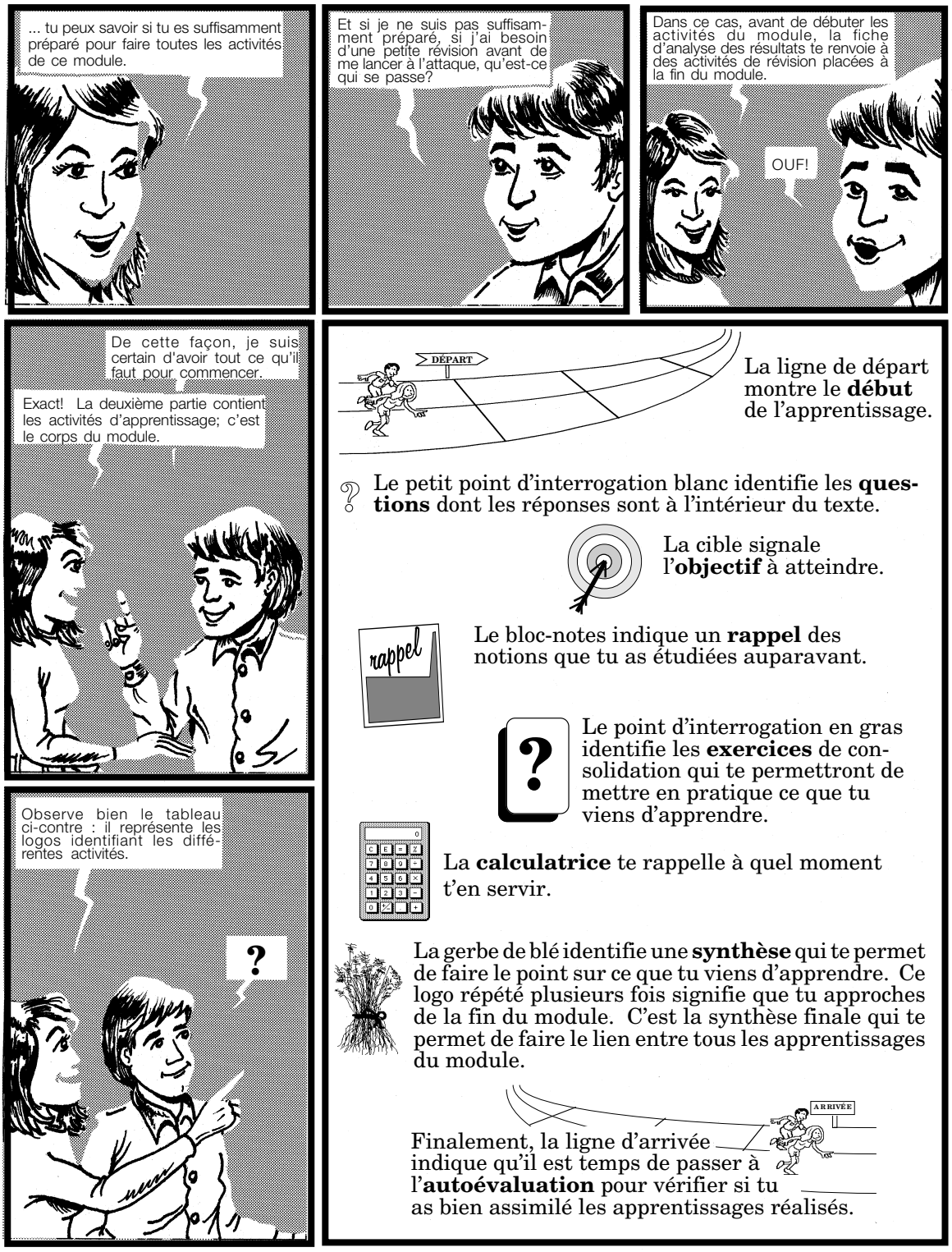


# COMMENT UTILISER CE GUIDE






© SOFAD


... tu peux savoir si tu es suffisamment préparé pour faire toutes les activités de ce module.
Et si je ne suis pas suffisamment préparé, si j'ai besoin d'une petite révision avant de me lancer à l'attaque, qu'est-ce qui se passe?
Dans ce cas, avant de débuter les activités du module, la fiche d'analyse des résultats te renvoie à des activités de révision placées à la fin du module.
OUF!
De cette façon, je suis certain d'avoir tout ce qu'il faut pour commencer.
Exact! La deuxième partie contient les activités d'apprentissage; c'est le corps du module.
Observe bien le tableau ci-contre : il représente les logos identifiant les différentes activités.
?
DÉPART
La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.
Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.
La cible signale l'**objectif** à atteindre.
rappel
Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.
Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.
La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.
La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.
ARRIVÉE
Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.

Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un « Saviez-vous que...? ».
« Saviez-vous que...? »
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathématiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour « La page des mathophiles » qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.



© SOFAD

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## UN PEU PLUS LOIN EN TRIGONOMÉTRIE

Vous voilà rendu à l'avant-dernier module de mathématiques. Vous y apprendrez des notions dont vous aurez besoin pour poursuivre vos études collégiales.

En parcourant ce module, vous allez parfaire vos connaissances en trigonométrie. Après avoir manipulé diverses mesures d'angles, vous découvrirez le **cercle trigonométrique** et une nouvelle fonction appelée **fonction d'enroulement**. Vous vous trouverez ensuite en pays de connaissance, car vous calculerez des sinus, des cosinus, des tangentes, etc. Cependant, il ne sera pas question de définir ces rapports dans un triangle rectangle. Vous aurez plutôt à les calculer pour des nombres réels placés sur un cercle trigonométrique. L'usage d'une calculatrice scientifique vous sera alors d'un grand secours.

Dans les sous-modules subséquents, vous représenterez graphiquement les six fonctions trigonométriques et les **fonctions sinusoïdales**; vous devrez ensuite mentionner certaines caractéristiques des courbes obtenues. Les derniers sous-modules, quant à eux, vous donneront l'occasion de démontrer des **identités trigonométriques** plus ou moins complexes et de calculer l'image de nombres réels qui s'expriment sous forme de sommes et de différences de nombres réels particuliers. Nous vous fournirons alors les formules de base que vous pourrez utiliser au besoin.

Il va sans dire que certaines connaissances acquises dans des modules précédents vous seront grandement utiles. Mentionnons les définitions des rapports trigonométriques et les caractéristiques des fonctions. De plus, pour

réussir facilement les démonstrations d'identités, vous aurez parfois à effectuer des opérations sur des fractions algébriques ou sur des polynômes.

Pour terminer, vous aurez à résoudre des problèmes faisant appel aux connaissances reliées aux fonctions sinusoïdales. Voilà donc en quelques lignes, un aperçu de ce que vous apprendrez dans ce deuxième module portant sur la trigonométrie.


© SOFAD

# OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-5108-2 comporte 25 objectifs et prévoit une durée d'apprentissage de 50 heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

| **Objectifs** | **Nombre d'heures*** | **% (évaluation)** |
|---|---|---|
| 1 à 3 | 4 | 10 % |
| **4** et **5** | 4 | 10 % |
| 6 et **7** | 5 | 10 % |
| 8, **9** et **10** | 5 | 10 % |
| 11, **12, 13** et **14** | 5 | 10 % |
| 15 à **17** | 5 | 10 % |
| 18 et **19** | 5 | 10 % |
| 20 et **21** | 5 | 10 % |
| 22 à **24** | 5 | 10 % |
| **25** | 5 | 10 % |

* Deux heures sont réservées à l'évaluation finale.

1. Détermination de la mesure d'un angle

   Déterminer la mesure d'un angle en degrés ou en radians.

2. Transformation en radians des mesures d'angles en degrés et inversement

   Étant donné des angles au centre dans un cercle, transformer en radians les mesures d'angles exprimées en degrés et, inversement, transformer en degrés les mesures d'angles exprimées en radians.

3. Détermination des coordonnées des points trigonométriques

   À l'aide du cercle trigonométrique et de la fonction d'enroulement, déterminer les coordonnées des points trigonométriques.

4. **Image d'un angle trigonométrique *t* par la fonction d'enroulement**

   **Trouver l'image d'un angle trigonométrique *t* par la fonction d'enroulement. Déterminer l'angle de référence $t'$ ($0 \leq t' \leq 2\pi$) correspondant à l'angle *t*. L'angle *t* est exprimé en radians sous la forme $n\pi$, $\frac{n\pi}{2}$, $\frac{n\pi}{3}$, $\frac{n\pi}{4}$ ou $\frac{n\pi}{6}$ où *n* est un entier.**

5. **Détermination de la mesure d'un angle trigonométrique *t* en radians**

   **Déterminer une mesure d'angle trigonométrique en radians dans un intervalle désigné à partir des coordonnées d'un point trigonométrique. L'intervalle se présente sous la forme $[n\pi, n\pi + 2\pi]$ où *n* est un entier.**


© SOFAD

6. Définition des fonctions trigonométriques

   Définir les fonctions trigonométriques sinus, cosinus, tangente, cotangente, sécante, et cosécante dans le contexte du cercle trigonométrique et de la fonction d'enroulement.

**7. Évaluation de l'image d'une fonction trigonométrique**

**Évaluer l'image d'une fonction trigonométrique associée à un angle trigonométrique. L'angle est exprimé en radians sous la forme $n\pi$, $\frac{n\pi}{2}$, $\frac{n\pi}{3}$, $\frac{n\pi}{4}$ ou $\frac{n\pi}{6}$ où $n$ est un entier.**

8. Représentation graphique des fonctions sinus, cosinus et tangente

   Représenter graphiquement les fonctions sinus, cosinus et tangente dans un intervalle désigné.

**9. Détermination des caractéristiques des fonctions sinus, cosinus et tangente**

**À partir de la règle ou du graphique des fonctions sinus, cosinus et tangente, déterminer les caractéristiques des fonctions. Les caractéristiques étudiées sont :**

- **le domaine et l'image;**
- **l'image d'un élément du domaine;**
- **l'élément ou les éléments du domaine associés à une image donnée;**
- **le maximum et le minimum;**
- **les zéros;**
- **la période;**
- **l'ordonnée à l'origine;**
- **les intervalles de croissance et de décroissance;**
- **le signe de la fonction;**
- **les équations des asymptotes.**

**10. Comparaison des caractéristiques des fonctions sinus, cosinus et tangente**

**Comparer les caractéristiques des fonctions sinus, cosinus et tangente dans un intervalle désigné.**

11. Représentation graphique d'une fonction sinusoïdale

Représenter graphiquement une fonction sinusoïdale de la forme $f(x) = a\sin b(x - h) + k$ ou de la forme $f(x) = a\cos b(x - h) + k$ et déterminer les liens qui existent entre la variation des paramètres de la règle et la transformation du graphique correspondant.

**12. Détermination des caractéristiques d'une fonction sinusoïdale**

**À partir de la règle ou du graphique d'une fonction sinusoïdale, déterminer les caractéristiques de la fonction. Les caractéristiques étudiées sont :**

- **le maximum et le minimum;**
- **l'amplitude;**
- **la période;**
- **la fréquence;**
- **le domaine et l'image;**
- **le signe de la fonction;**
- **l'ordonnée à l'origine;**
- **les zéros;**
- **les intervalles de croissance et de décroissance;**
- **l'image d'un élément du domaine;**
- **l'élément ou les éléments du domaine associés à une image donnée;**
- **le déphasage;**
- **la translation verticale.**


© SOFAD

**13. Détermination de la règle d'une fonction sinusoïdale**

**Déterminer la règle d'une fonction sinusoïdale à partir des données pertinentes ou à partir du graphique de cette fonction.**

**14. Comparaison des caractéristiques de deux fonctions sinusoïdales**

**Comparer les caractéristiques de deux fonctions sinusoïdales à partir de leur graphique.**

15. Démonstration des identités fondamentales

Démontrer les identités trigonométriques fondamentales :

- $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$;
- $\tan^2 t + 1 = \sec^2 t$;
- $1 + \operatorname{cotan}^2 t = \operatorname{cosec}^2 t$.

16. Application des identités fondamentales et des rapports trigonométriques

Appliquer les identités fondamentales et les définitions des rapports trigonométriques dans la transformation d'expressions trigonométriques simples.

**17. Détermination de la valeur des autres rapports trigonométriques à partir d'un rapport trigonométrique connu**

**Étant donné la valeur d'un rapport trigonométrique en un point d'un intervalle désigné, déterminer la valeur des autres rapports trigonométriques en ce point en utilisant les identités fondamentales. L'intervalle correspond au plus à un arc de $\pi$ radians et est limité par des multiples de $\frac{\pi}{2}$.**

18. Simplification et factorisation d'expressions trigonométriques

    Effectuer les quatre opérations avec des expressions trigonométriques, simplifier des expressions trigonométriques et factoriser des expressions trigonométriques.

**19. Démonstration d'une identité trigonométrique simple**

**Démontrer une identité trigonométrique simple. L'expression ne doit pas comprendre plus de deux termes de chaque côté de l'égalité et chaque terme doit comporter au plus deux rapports trigonométriques. Les définitions des rapports trigonométriques et les identités fondamentales ne seront pas fournies lors de l'évaluation.**

20. Évaluation par une fonction trigonométrique de l'image d'un angle en radians

    À l'aide de la calculatrice, trouver l'image par une fonction trigonométrique d'un angle de mesure quelconque en radians. De plus, à partir de la valeur d'une fonction trigonométrique exprimée à l'aide d'un nombre réel quelconque, déterminer l'angle trigonométrique correspondant, dans un intervalle désigné ou dans $\mathbb{R}$. L'intervalle est limité par des multiples de $\pi$.

**21. Résolution d'une équation trigonométrique simple du premier ou du deuxième degré**

**Résoudre une équation trigonométrique simple du premier ou du deuxième degré dans un intervalle désigné ou dans $\mathbb{R}$, à l'aide du cercle trigonométrique ou de la calculatrice. La résolution peut exiger une factorisation simple. L'intervalle doit être limité par des multiples de $\pi$.**


© SOFAD

22. Vérification des identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double d'un nombre réel

Vérifier, à l'aide d'exemples simples, les identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double de nombres réels :

- $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$;
- $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$;
- $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$;
- $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$;
- $\tan(A + B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$, dans laquelle $1 - \tan A \tan B \neq 0$;
- $\tan(A - B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$, dans laquelle $1 + \tan A \tan B \neq 0$;
- $\sin 2A = 2\sin A \cos A$;
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$;
- $\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$, dans laquelle $1 - \tan^2 A \neq 0$.

23. Démonstration des formules du complémentaire, de l'opposé, du double d'un nombre ou une formule de réduction

À l'aide des identités trigonométriques relatives à la somme ou à la différence de nombres réels, démontrer les formules du complémentaire, de l'opposé, du double d'un nombre ou une formule de réduction :

- lorsqu'une démonstration implique des identités portant sur les fonctions sinus ou cosinus, $A$ ou $B$ est un multiple de $\frac{\pi}{2}$ ou une variable.
- lorsqu'une démonstration implique des identités portant sur la fonction tangente, $A$ ou $B$ est un multiple de $\frac{\pi}{4}$ ou une variable.

*N.B.* – Les formules seront fournies lors de l'évaluation.

**24. Simplification d'une expression trigonométrique à l'aide des identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double de nombres réels**

**À l'aide des identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double de nombres réels, simplifier une expression trigonométrique. L'expression ne doit pas comprendre plus de deux termes de chaque côté de l'égalité et l'expression doit comporter, en tout, au plus quatre fonctions trigonométriques.**

**25. Résolution de problèmes nécessitant l'application des notions liées aux fonctions sinusoïdales**

**Résoudre des problèmes nécessitant l'application des notions liées aux fonctions sinusoïdales. La résolution peut exiger de déterminer la règle d'une fonction sinusoïdale, de décrire certaines caractéristiques d'une fonction sinusoïdale, de déterminer les liens entre la variation des paramètres de la règle et la transformation du graphique correspondant ou de comparer certaines caractéristiques de diverses fonctions sinusoïdales dans un intervalle donné.**

**Ce module comportant 25 objectifs, nous avons regroupé leur étude tel qu'indiqué dans le tableau ci-dessous.**


© SOFAD

Ce module comportant 25 objectifs, nous avons regroupé leur étude tel qu'il est indiqué dans le tableau ci-dessous.

| Sous-module | Objectif(s) | |
|---|---|---|
| 1 | Détermination de la mesure d'un angle | 1 |
| | Transformation en radians des mesures d'angles en degrés et inversement | 2 |
| 2 | Détermination des coordonnées des points trigonométriques | 3 |
| | **Image d'un angle trigonométrique *t* par la fonction d'enroulement** | **4** |
| | **Détermination de la mesure d'un angle trigonométrique *t* en radians** | **5** |
| 3 | Définition des fonctions trigonométriques | 6 |
| | **Évaluation de l'image d'une fonction trigonométrique** | **7** |
| 4 | Représentation graphique des fonctions sinus, cosinus et tangente | 8 |
| | **Détermination des caractéristiques des fonctions sinus, cosinus et tangente** | **9** |
| | **Comparaison des caractéristiques des fonctions sinus, cosinus et tangente** | **10** |
| 5 | Représentation graphique d'une fonction sinusoïdale | 11 |
| | **Détermination des caractéristiques d'une fonction sinusoïdale** | **12** |
| | **Détermination de la règle d'une fonction sinusoïdale** | **13** |
| | **Comparaison des caractéristiques de deux fonctions sinusoïdales** | **14** |
| 6 | Démonstration des identités fondamentales | 15 |
| | Application des identités fondamentales et des rapports trigonométriques | 16 |
| | **Détermination de la valeur des autres rapports trigonométriques à partir d'un rapport trigonométrique connu** | **17** |
| 7 | Simplification et factorisation d'expressions trigonométriques | 18 |
| | **Démonstration d'une identité trigonométrique simple** | **19** |
| 8 | Évaluation par une fonction trigonométrique de l'image d'un angle en radians | 20 |
| | **Résolution d'une équation trigonométrique simple du premier ou du deuxième degré** | **21** |
| 9 | Vérification des identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double d'un nombre réel | 22 |
| | Démonstration des formules du complémentaire, de l'opposé, du double d'un nombre ou une formule de réduction | 23 |
| | **Simplification d'une expression trigonométrique à l'aide des identités trigonométriques relatives à la somme, à la différence ou au double de nombres réels** | **24** |
| 10 | **Résolution de problèmes nécessitant l'application des notions liées aux fonctions sinusoïdales** | **25** |

Corrigé

# ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

**Consignes**

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.

2° N'utilisez pas de calculatrice.

3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez vos réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires à l'étude de ce module.

© SOFAD

1. Décomposez en facteurs premiers chacun des polynômes suivants.

a) $a^2x + ay =$ .....

b) $x^2y^2 + y =$ .....

c) $x^2 - y^2 =$ .....

d) $x^2y - y =$ .....

e) $a^4 - b^4 =$ .....

f) $a^2x^2 + x^2 =$ .....

2. Effectuez les multiplications suivantes.

a) $m(m - n) =$ ..... b) $ab(a + b) =$ .....

c) $x(1 - x) =$ ..... d) $(2 - 3y)(-xy) =$ .....

e) $(m + n)(m - n) =$ ..... f) $(2r - s)(2r + s) =$ .....

g) $(m + n)^2 =$ .....

h) $(2x - y)^2 =$ .....



© SOFAD

3. Réduisez à leur plus simple expression chacune des fractions algébriques suivantes.

a) $\frac{6a^2}{3a}$ = ..... b) $\frac{a^2+b^2}{a^2}$ = .....

c) $\frac{a^2(a+b)}{a}$ = ..... d) $\frac{a(x+y)}{a^2x}$ = .....

e) $\frac{xy^2+x}{x}$ = .....

f) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$ = .....

g) $\frac{2x^2y+(y^2-x^2)y}{xy}$ = .....

4. Effectuez les multiplications suivantes.

a) $x^3 \times \frac{y}{x^2}$ = ..... b) $\frac{x^2}{y^2} \times \frac{y}{x} \times \frac{1}{x}$ = .....

c) $\frac{a+b}{ac} \times \frac{bc}{a+b}$ = .....

5. Effectuez les divisions suivantes.

a) $\frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{b^2}}$ = ..... b) $\frac{\frac{y}{x}}{\frac{1}{x^2}}$ = .....

c) $\frac{\frac{a}{b} \times \frac{c}{a^2}}{\frac{1}{b^2}}$ = .....

d) $\frac{1+\frac{x}{y}}{1+\frac{y}{x}}$ = .....

6. Effectuez les additions et les soustractions suivantes. Votre résultat doit être réduit à sa plus simple expression.

a) $\frac{x}{y} + 1 =$ .....

b) $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} =$ .....

c) $\frac{1+x}{1+y} + 1 =$ .....

d) $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} =$ .....

e) $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} =$ .....

.....



© SOFAD

# CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1. a) $a^2x + ay = a(ax + y)$

   b) $x^2y^2 + y = y(x^2y + 1)$

   c) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

   d) $x^2y - y = y(x^2 - 1) = y(x + 1)(x - 1)$

   e) $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

   f) $a^2x^2 + x^2 = x^2(a^2 + 1)$

2. a) $m(m - n) = m^2 - mn$

   b) $ab(a + b) = a^2b + ab^2$

   c) $x(1 - x) = x - x^2$

   d) $(2 - 3y)(-xy) = -2xy + 3xy^2$

   e) $(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$

   f) $(2r - s)(2r + s) = 4r^2 - s^2$

   g) $(m + n)^2 = (m)^2 + 2(m)(n) + (n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$

   h) $(2x - y)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(y) + (y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

3. a) $\dfrac{6a^2}{3a} = 2a$

   b) $\dfrac{a^2 + b^2}{a^2}$ ne se simplifie pas.

   c) $\dfrac{a^2(a + b)}{a} = a(a + b)$

   d) $\dfrac{a(x + y)}{a^2x} = \dfrac{x + y}{ax}$

   e) $\dfrac{xy^2 + x}{x} = \dfrac{x(y^2 + 1)}{x} = y^2 + 1$

© SOFAD

f) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{a+b}{a-b}$

g) $\dfrac{2x^2y+(y^2-x^2)y}{xy} = \dfrac{2x^2y+y^3-x^2y}{xy} = \dfrac{x^2y+y^3}{xy} = \dfrac{y(x^2+y^2)}{xy} = \dfrac{x^2+y^2}{x}$

4. a) $x^3 \times \dfrac{y}{x^2} = \dfrac{x^3 \times y}{x^2} = xy$

b) $\dfrac{x^2}{y^2} \times \dfrac{y}{x} \times \dfrac{1}{x} = \dfrac{x^2y}{x^2y^2} = \dfrac{1}{y}$

c) $\dfrac{a+b}{ac} \times \dfrac{bc}{a+b} = \dfrac{(a+b)bc}{ac(a+b)} = \dfrac{b}{a}$

5. a) $\dfrac{\dfrac{1}{a^2}}{\dfrac{1}{b^2}} = \dfrac{1}{a^2} \times \dfrac{b^2}{1} = \dfrac{b^2}{a^2}$

b) $\dfrac{\dfrac{y}{x}}{\dfrac{1}{x^2}} = \dfrac{y}{x} \times \dfrac{x^2}{1} = xy$

c) $\dfrac{\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{a^2}}{\dfrac{1}{b^2}} = \dfrac{\dfrac{c}{ab}}{\dfrac{1}{b^2}} = \dfrac{c}{ab} \times \dfrac{b^2}{1} = \dfrac{bc}{a}$

d) $\dfrac{1+\dfrac{x}{y}}{1+\dfrac{y}{x}} = \dfrac{\dfrac{y+x}{y}}{\dfrac{x+y}{x}} = \dfrac{x+y}{y} \times \dfrac{x}{x+y} = \dfrac{x}{y}$

6. a) $\dfrac{x}{y}+1 = \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{y} = \dfrac{x+y}{y}$

b) $\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x} = \dfrac{x^2}{xy}-\dfrac{y^2}{xy} = \dfrac{x^2-y^2}{xy}$ ou $\dfrac{(x+y)(x-y)}{xy}$

c) $\dfrac{1+x}{1+y}+1 = \dfrac{1+x}{1+y}+\dfrac{1+y}{1+y} = \dfrac{2+x+y}{1+y}$

d) $\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b} = \dfrac{a+b}{(a-b)(a+b)}+\dfrac{a-b}{(a-b)(a+b)} =$

$\dfrac{2a}{(a-b)(a+b)}$ ou $\dfrac{2a}{a^2-b^2}$

e) $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{1}{x+y} = \dfrac{x+y}{(x-y)(x+y)}-\dfrac{x-y}{(x-y)(x+y)} = \dfrac{(x+y)-(x-y)}{(x-y)(x+y)} =$

$\dfrac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)} = \dfrac{2y}{(x-y)(x+y)}$ ou $\dfrac{2y}{x^2-y^2}$



© SOFAD

# ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

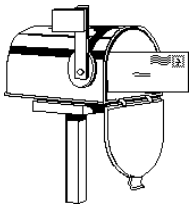
| Questions | Réponses | | Révision | | À faire avant |
|---|---|---|---|---|---|
| | Correctes | Incorrectes | Section | Page | |
| 1. a) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| d) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| e) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| f) | | | 12.1 | 12.4 | Sous-module 7 |
| 2. a) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| d) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| e) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| f) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| g) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| h) | | | 12.2 | 12.17 | Sous-module 7 |
| 3. a) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| d) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| e) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| f) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| g) | | | 12.3 | 12.21 | Sous-module 7 |
| 4. a) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| 5. a) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| d) | | | 12.4 | 12.24 | Sous-module 7 |
| 6. a) | | | 12.5 | 12.30 | Sous-module 7 |
| b) | | | 12.5 | 12.30 | Sous-module 7 |
| c) | | | 12.5 | 12.30 | Sous-module 7 |
| d) | | | 12.5 | 12.30 | Sous-module 7 |
| e) | | | 12.5 | 12.30 | Sous-module 7 |

© SOFAD

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités proposées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».


© SOFAD



# SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-5108-2 ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

## UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

**La théorie**

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à votre tutrice ou à votre tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

**Les exemples**

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.


© SOFAD

**Les exercices**

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

**Les devoirs**

Le cours MAT-5108-2 comprend **trois** devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à la mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, s'il y a lieu.

**Dans ce cours**

Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 5.

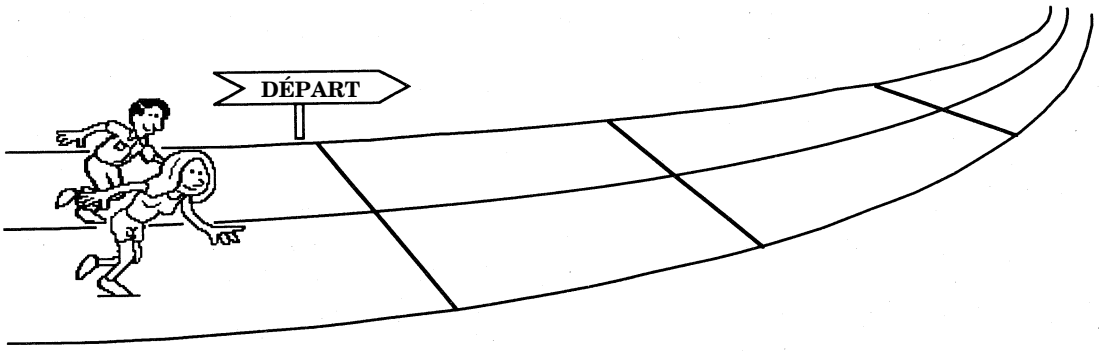
Le devoir 2 porte sur les sous-modules 6 à 10.

Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 10.

**ATTESTATION D'ÉTUDES**

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.


© SOFAD




# SOUS-MODULE 1

# TRANSFORMATION DES DEGRÉS EN RADIANS ET DES RADIANS EN DEGRÉS

## 1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

### Amusons-nous avec notre calculatrice scientifique

Vous êtes-vous déjà demandé à quoi sert la touche [DRG] sur votre calculatrice scientifique? Pressez cette touche et vous constaterez que l'affichage de votre calculatrice passe tour à tour en mode DEG, RAD ou GRAD, même si aucune valeur n'apparaît à l'écran. Il s'agit de trois unités différentes de mesure d'angle : ***degré***, ***radian*** et ***grade***.

Sur certaines calculatrices s'ajoute une deuxième fonction : [2ndF] [DRG ▶]. Placez votre calculatrice en mode DEG, posez 90 et appuyez sur [2ndF] [DRG ▶]. Vous verrez apparaître 1.570796327 en mode RAD; appuyez à nouveau sur les mêmes touches et apparaîtra alors 100 en mode GRAD.

**Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de transformer en radians des mesures d'angles exprimées en degrés et de faire l'opération inverse.**

Il existe trois unités différentes pour mesurer un angle : le **degré**, le **radian** et le **grade**.

Vous connaissez déjà le degré. Depuis plusieurs années, vous utilisez un rapporteur qui vous permet de mesurer un angle en degrés. Vous savez sans doute qu'un degré correspond à la mesure de l'angle entre deux rayons consécutifs lorsqu'un cercle est divisé en 360 parties égales. Autrement dit, dans un cercle, un angle au centre de 1° intercepte un arc équivalent à $\frac{1}{360}$ de la circonférence.

Un degré (1°) se subdivise en 60 minutes; une minute (1') se subdivise en 60 secondes (60"). Nous devons toutefois faire attention pour ne pas confondre ces unités d'angle et les unités de temps qui portent les mêmes noms. Nous pouvons aussi diviser les degrés en utilisant la notation décimale. Ainsi, par exemple, 12°30' équivaut à 12,5°.

Une deuxième unité de mesure est le grade. Comme vous avez pu le constater dans l'énoncé de l'objectif, nous n'utiliserons pas le grade dans ce module. Soulignons toutefois que un grade correspond à $\frac{1}{400}$ de la circonférence d'un cercle et il est noté gr.

Passons à l'autre unité de mesure d'angle qui est le radian. Un radian est la mesure d'un angle au centre qui intercepte un arc de cercle dont la longueur est égale à la mesure du rayon du cercle. Autrement dit, un angle au centre qui intercepte un arc de même longueur que le rayon mesure un radian. Le symbole utilisé est rad.


© SOFAD

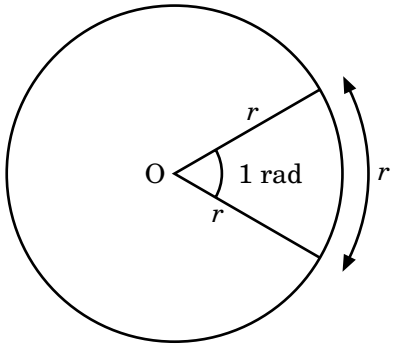



Fig. 1.1 Angle au centre de 1 radian interceptant un arc de même longueur que le rayon

Pour nous faciliter la tâche, nous utiliserons un cercle de rayon unitaire, c'est-à-dire un cercle dont la mesure du rayon est une unité. Dans ce cas, un angle au centre de 1 rad intercepte un arc de cercle de longueur 1.

? Dans un cercle unitaire, un angle de ..... intercepte un arc qui mesure deux unités.

Si vous avez répondu 2 rad, c'est que vous avez bien compris ce qui précède. Continuons nos explications.

Puisque la circonférence d'un cercle unité est $2\pi$ ($C = 2\pi r = 2\pi \times 1$), l'angle au centre qui intercepte toute la circonférence mesure $2\pi$ rad.

? Complétez l'énoncé suivant.

L'angle au centre qui intercepte une demi-circonférence mesure ..... rad; celui qui intercepte un quart de circonférence mesure ..... rad.

**Solution**

L'angle au centre qui intercepte une demi-circonférence mesure $\pi$ rad, car $\frac{1}{2}$ circonférence = $\frac{1}{2} \times 2\pi = \pi$ et celui qui intercepte un quart de circonférence mesure $\frac{\pi}{2}$ rad, car $\frac{1}{4}$ de circonférence = $\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$.

Si nous comparons les deux unités de mesure des angles, nous obtenons ce qui suit.

$$360° = 2\pi \text{ rad}$$
$$180° = \pi \text{ rad}$$
$$90° = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Pour effectuer nos transformations, nous retiendrons la deuxième égalité, soit $\pi$ rad = 180°. Cette correspondance nous permettra, à l'aide des proportions, de transformer d'abord les degrés en radians, puis de faire la démarche inverse.

**Exemple 1**

Un angle mesure 210°. Quelle est la valeur de cet angle en radians?

Posons ce qui suit.

$$\pi \text{ rad} = 180°$$
$$? = 210°$$

Nous pouvons donc écrire la proportion suivante.

$$\frac{\pi \text{ rad}}{x} = \frac{180°}{210°}$$
$$180° \times x = 210° \times \pi \text{ rad}$$
$$x = \frac{210° \times \pi \text{ rad}}{180°} \quad *$$
$$x = \frac{7\pi \text{ rad}}{6}$$

La réponse s'écrit $\frac{7\pi}{6}$ rad.

À l'avenir, nous n'écrirons que l'étape dotée d'un astérisque (*), mais en cas de doute, n'hésitez pas à vous servir de la proportion initiale.


© SOFAD

**Exercice 1.1**

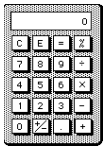
Transformez en radians les mesures d'angles suivantes exprimées en degrés.

1. 45° : ..... 2. 30° : .....

3. 15° : ..... 4. 120° : .....

5. 300° : ..... 6. 225° : .....

**Exemple 2**



Exprimons en radians un angle de 37°30'.

Transformons d'abord 30' en fraction décimale de degré.

Si $1° = 60'$, alors $30' = \frac{30'}{60'} = 0{,}5°$.

L'angle de 37°30' est donc un angle de 37,5° en notation décimale. Alors,

$x = \frac{37{,}5° \times \pi \text{ rad}}{180°} = \frac{5\pi}{24} \text{ rad}.$

**Remarque**

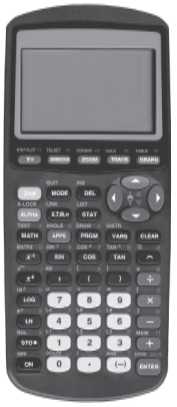
Vous pouvez utiliser la calculatrice pour faire la transformation de 37°30' à 37,5°. Il faut procéder comme suit.

[37] [D°M'S] 37°00 [30] [2nd F] [↔DEG] 37.5

*N.B.* – Certaines calculatrices utilisent le symbole [→DEG] plutôt que [↔DEG] mais le résultat est le même.

Pour revenir en arrière, il suffit d'appuyer sur la touche [D°M'S] pour certains modèles ou [2nd F] [↔DEG] pour d'autres.

Si votre calculatrice ne fonctionne pas de cette façon, consultez son guide d'utilisation ou une personne-ressource si c'est possible.



De la même façon, vous pouvez utiliser la calculatrice graphique pour effectuer ce genre de transformation.

Ainsi, pour transformer 90° en radians, nous devons procéder comme suit.

[MODE]

Sélectionnez Radian [ENTER] et [CLEAR] pour revenir à l'écran.

[9][0][2nd][ANGLE][1][ENTER] 1.570796327 devrait apparaître à l'écran.

À l'inverse, pour transformer $\frac{\pi}{2}$ en degrés, nous devons procéder comme suit.

[MODE]

Selectionnez degré [ENTER] et [CLEAR].

[(][2nd][π][÷][2][)][2nd][ANGLE][3][ENTER] 90 devrait apparaître à l'écran.

Comme vous avez pu le remarquer jusqu'ici, toutes les mesures en radians ont été données en fonction de π. En est-il toujours ainsi? Voyons avec l'exemple suivant.


© SOFAD

**Exemple 3**

Exprimons en radians un angle dont la mesure est 18°15'30".

- Transformons d'abord 18°15'30" sous forme décimale.

  Changeons les secondes en minutes : $30'' = \frac{30''}{60''} = 0{,}5'$.

  Ajoutons 0,5' à 15' : 15' + 0,5' = 15,5'.

  Changeons les minutes en degrés : $\frac{15{,}5'}{60'} = 0{,}258°$.

  Ajoutons 0,258° à 18° : 18° + 0,258° = 18,258°.

  Donc 18°15'30" = 18,258°.

- Transformons 18,258° en radians.

  $x = \frac{18{,}258° \times \pi \text{ rad}}{180°} = \frac{18\,258\,\pi \text{ rad}}{180\,000} = 0{,}3187 \text{ rad}$

*N.B.* – Nous avons remplacé π par sa valeur 3,14159... .

Pourquoi avoir remplacé π par sa valeur numérique dans l'exemple précédent et ne pas l'avoir fait dans les autres? En fait, nous allons nous donner une règle de conduite afin de déterminer si le résultat sera exprimé en fonction de π ou autrement.

☞ En règle générale, les mesures en radians seront données en fonction de π si la fraction simplifiée qui multiple π est une fraction dont le dénominateur est inférieur à 100. Autrement, nous effectuerons les opérations à l'aide de la calculatrice.

Ainsi, dans l'exemple 3, puisque 18°15'30" = 18,258° arrondi au millième près, il semble évident que nous ne puissions transformer cette valeur en une fraction simplifiée dont le dénominateur est inférieur à 100. Nous effectuons donc les opérations à l'aide de la calculatrice.

[18] [D°M'S] 18°00 [15] [D°M'S] 18°15'00 [30]
[2nd F] [↔DEG] 18.258 [2nd F] [DRG ▶] 0.319

Le résultat est donc 18°15'30" = 0,319 rad.

**Remarques**

1. Nous avons transformé 18°15'30" sous sa forme décimale afin de nous assurer que nous ne pouvions exprimer ce résultat avec une fraction simplifiée dont le dénominateur est inférieur à 100.

2. **Il est important que la calculatrice soit en mode DEG lorsque nous entrons les données avant de les transformer en radians, sinon le résultat sera erroné.**

Un dernier détail avant de passer à des exercices. Pourquoi exprimer le résultat en fonction de π quand il serait si simple de tout exprimer sous forme décimale? Tout simplement, comme vous le verrez plus tard, parce que les points les plus remarquables du cercle trigonométrique sont généralement exprimés en fonction de π.

**Exercice 1.2**

Transformez en radians les mesures suivantes d'angles exprimées en degrés, minutes et secondes, selon le cas.

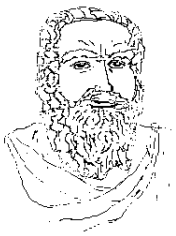
1. 22°30' .....

2. 137°30' .....


© SOFAD

3. 20°10'15" .....

4. 190°45'35" .....



*Saviez-vous que...*

... la trigonométrie n'a trouvé son nom qu'à l'aube du XVII$^{e}$ siècle lorsque l'astronome allemand Pitiscus intitula un de ses ouvrages *Trigonometria libri quinque*? Cependant, cet aspect des mathématiques était connu depuis le III$^{e}$ siècle avant notre ère.

Effectuons maintenant l'opération inverse, c'est-à-dire transformons en degrés des mesures d'angles exprimées en radians.

Lorsque la mesure est donnée en fonction de $\pi$, nous utilisons les proportions.

$$\pi \text{ rad} = 180°$$
$$n \text{ rad} = ?$$

Sous forme de proportion, nous obtenons ce qui suit.

$$\frac{\pi \text{ rad}}{n \text{ rad}} = \frac{180°}{x}$$
$$\pi \text{ rad} \times x = n \text{ rad} \times 180°$$
$$x = \frac{n \text{ rad} \times 180°}{\pi \text{ rad}}$$
$$x = \frac{n \times 180°}{\pi}$$

**Exemple 4**

Quelle est, exprimée en degrés, la valeur d'un angle de $\frac{3\pi}{5}$ rad?

$$x = \frac{\frac{3\pi}{5} \times 180°}{\pi} = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$$

Et si la mesure de l'angle n'est pas exprimée en fonction de π? Vous vous en doutez bien, c'est la calculatrice qui effectuera tout le travail.

**Exemple 5**

Exprimons en degrés la mesure d'un angle de 1,3 rad.

Il faut d'abord s'assurer que la calculatrice est en mode RAD. Ensuite, il suffit de bien utiliser la calculatrice.

1.3 2nd F DRG ▶ 82.7606 2nd F DRG ▶ 74.4845

Alors 1,3 rad = 74,48°.

Dans l'exemple précédent, il est possible de transformer la mesure d'un angle de 1,3 rad en degrés sans utiliser la touche DRG.

? Seriez-vous capable d'en faire le calcul?

.....

En effet, il suffit d'appliquer la méthode précédente et de remplacer π par 3,1416 ou par la touche π sur la calculatrice.

$$x = \frac{1{,}3 \times 180°}{\pi} = \frac{1{,}3 \times 180°}{3{,}1416} = 74{,}48°$$

À votre tour maintenant!


© SOFAD

**Exercice 1.3**

Transformez en degrés les mesures d'angles suivantes exprimées en radians.

1. $\frac{3\pi}{2}$ rad = .....

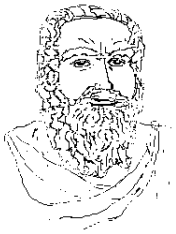
2. $\frac{4\pi}{3}$ rad = .....

3. $\frac{5\pi}{6}$ rad = .....

4. $\frac{3\pi}{4}$ rad = .....

5. $\frac{\pi}{30}$ rad = .....

6. 1 rad = .....



*Saviez-vous que...*

... les études trigonométriques théoriques ont été entreprises par les Babyloniens et les Grecs (Hipparque et Ptolémée)? Elles ont été poursuivies par les Arabes et par des Européens (Regiomontanus, Copernic et Viète). L'introduction des logarithmes contribua à l'avancement de la trigonométrie aux XVII$^{e}$ et XVIII$^{e}$ siècles. Nous devons à Euler d'avoir apporté à la théorie de cette science sa version définitive.

## 1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Donnez en radians les mesures d'angles suivantes exprimées en degrés.

   a) 150° ..... b) 72° .....

   c) 108° ..... d) 9° .....

   e) 400° ..... f) 324° .....

   g) 210° ..... h) 130° .....

   i) 75° ..... j) 585° .....

   k) 4°30' .....

   l) 210°45'45" .....

2. Transformez en degrés les mesures d'angles suivantes exprimées en radians.

   a) $\frac{9\pi}{4}$ rad .....

   b) $\frac{13\pi}{6}$ rad .....

   c) $\frac{7\pi}{3}$ rad .....

   d) $\frac{7\pi}{18}$ rad .....

   e) $\frac{11\pi}{3}$ rad .....



© SOFAD

f) $\frac{11\pi}{5}$ rad .....

g) $\frac{7\pi}{2}$ rad .....

h) $\frac{7\pi}{4}$ rad .....

i) 9 rad .....

j) 3 rad .....

k) 10,45 rad .....

l) 6,3 rad .....

## 1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

1. Complétez les énoncés suivants.

   Il existe trois mesures d'angles : ..... , ..... , ..... .

   Un ..... correspond à $\frac{1}{400}$ de la circonférence.

   Un ..... correspond à $\frac{1}{360}$ de la circonférence.

   Un ..... correspond à un angle au centre qui intercepte un arc dont la mesure est celle du rayon.

2. Complétez le tableau suivant.

| | Angle aigu | Angle droit | Angle plat | Angle rentrant | Angle plein |
|---|---|---|---|---|---|
| Degrés | 45° | | 180° | | 360° |
| Radians | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | |

3. a) Si un angle mesure $n$ ..... , nous pouvons trouver sa mesure en ..... en effectuant le calcul $\frac{n \times 180°}{\pi}$ .

   b) Si un angle mesure $n$ degrés, nous pouvons trouver sa mesure en ..... en effectuant le calcul ..... .



© SOFAD

## 1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

**Un défi à relever!**

Jusqu'ici, nous avons travaillé avec le cercle unitaire, c'est-à-dire avec un cercle dont la mesure du rayon est égale à une unité. Seriez-vous capable de calculer la mesure du rayon d'un cercle non unitaire dont un angle au centre qui mesure 2,5 rad intercepte un arc de 25 cm?
*N.B.* – Un angle au centre intercepte un arc de même mesure.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Corrigé