MAT-4107-1

DROITE II

sofad

MAT-4107-1

DROITE II

sofad

Coordonnateur du projet : Jean-Paul Groleau

Rédactrice : Nicole Perreault

Réviseurs du contenu : Jean-Paul Groleau
Suzie Asselin
Daniel Gélineau
Louise Allard

Mise à jour : Jean-Paul Groleau

Réviseures linguistiques : Johanne St-Martin
Francine Cardinal

Photocomposition et montage : Multitexte Plus

Édition électronique de la mise à jour : P.P.I. inc.

Page couverture : Daniel Rémy

Impression : 2005

Dépôt légal — 2005
Bibliothèque et Achives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada
ISBN 978-2-89493-273-5
050930

TABLE DES MATIÈRES

SOUS-MODULES

PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

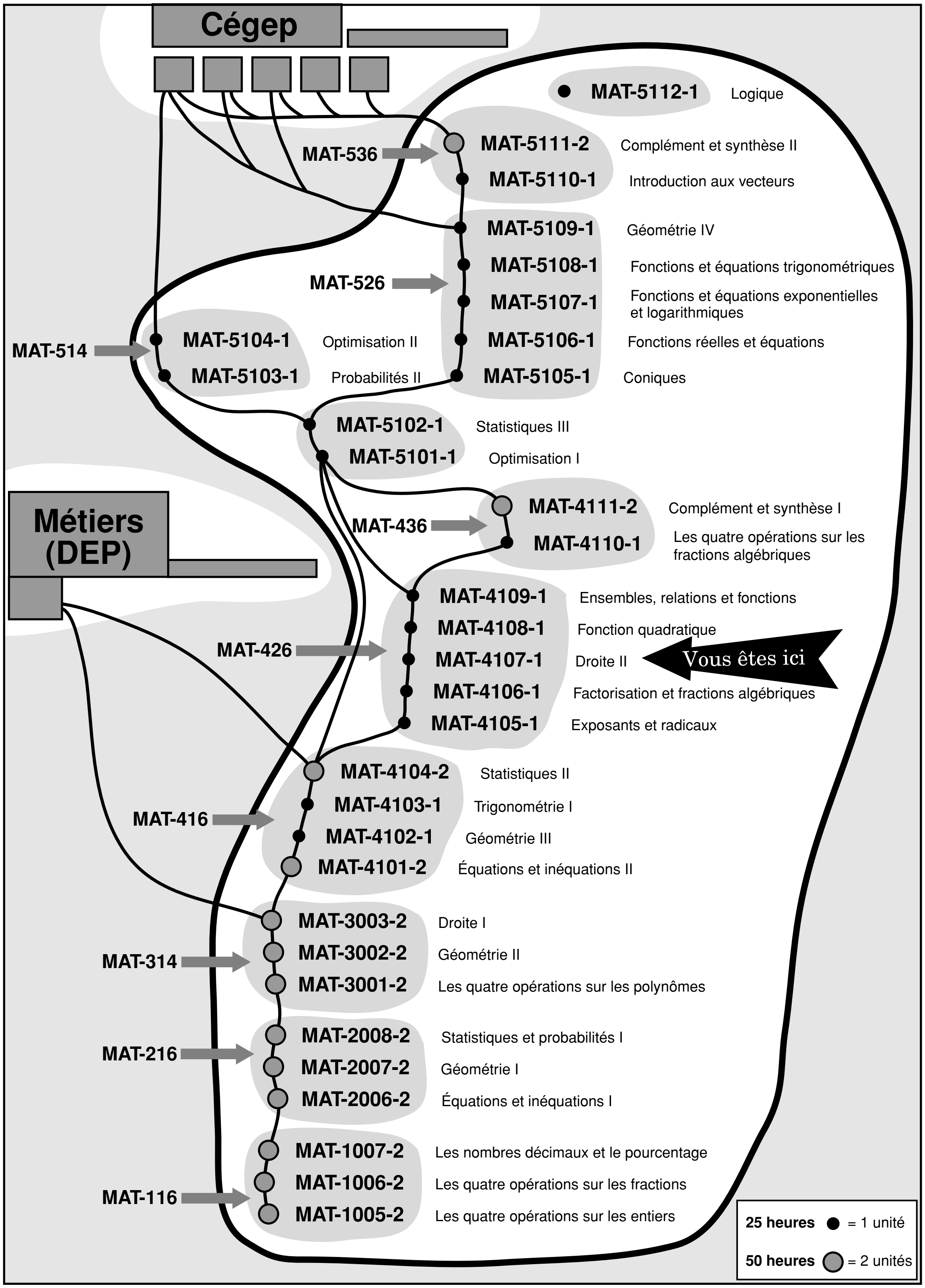
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

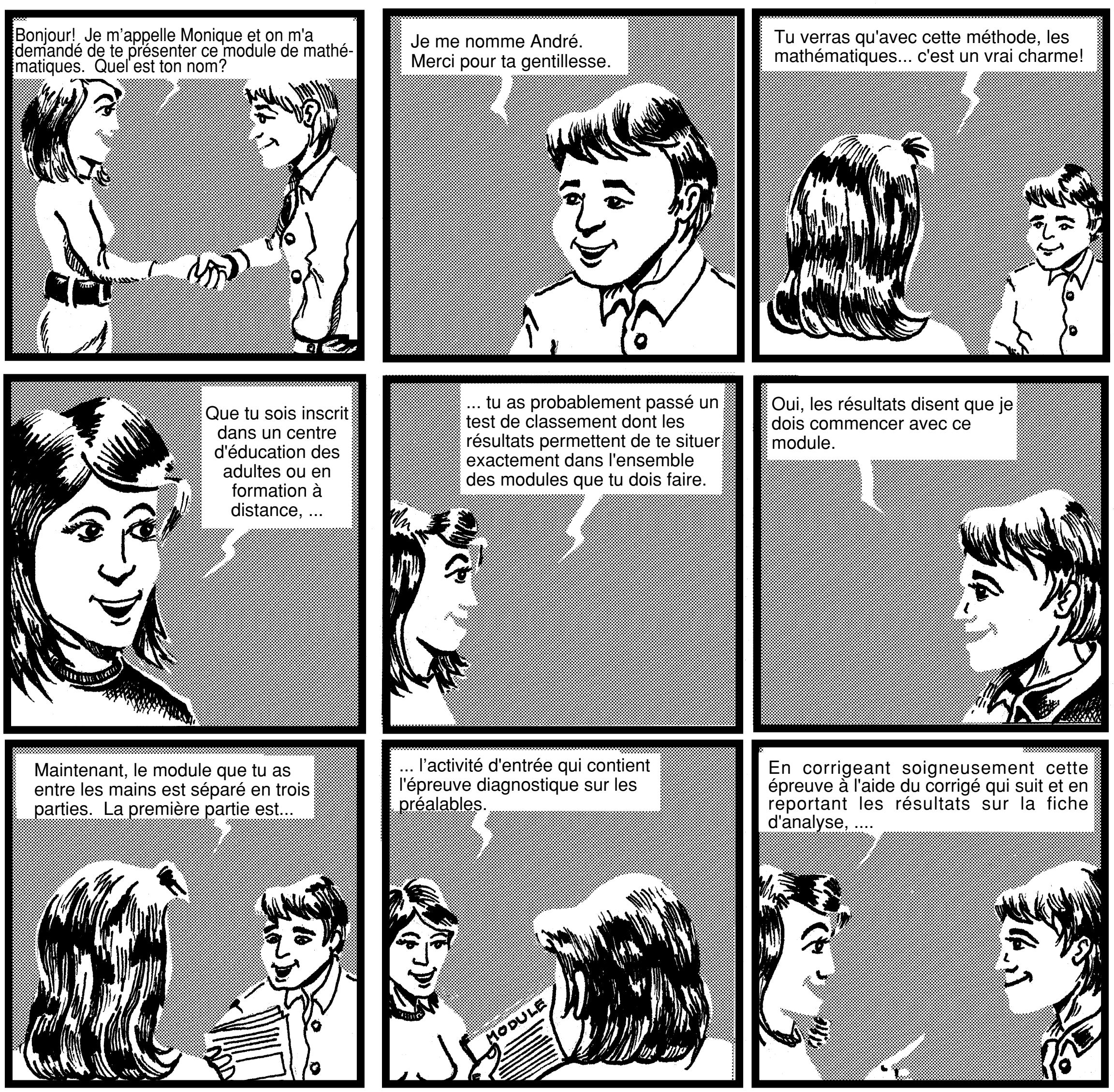
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au niveau collégial (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

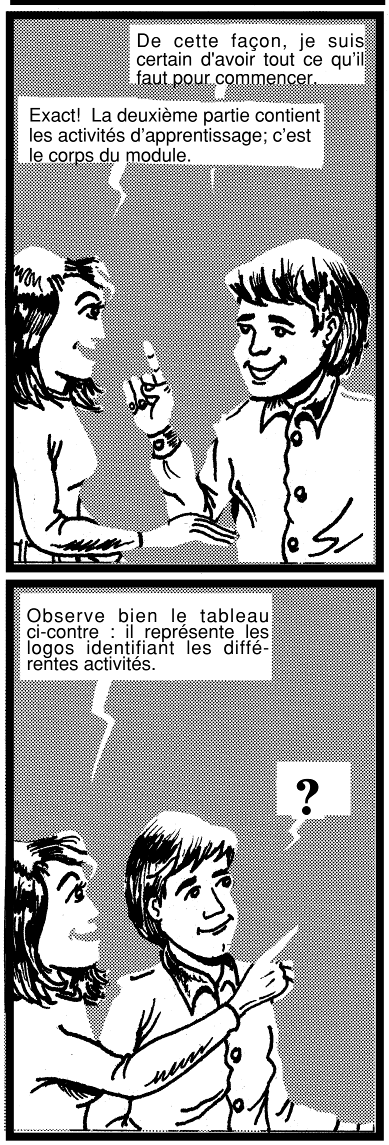
S'il s'agit de votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez la section intitulée « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la section intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



COMMENT UTILISER CE GUIDE?





DÉPART

La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

rappel

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

?

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

ARRIVÉE

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.


Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un «Saviez-vous que...?».
«Saviez-vous que...?»
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathé-matiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour «La page des mathophiles» qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

LA DROITE II : UN PAS VERS LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Ce module porte sur la **droite.** Tout au long des pages qui suivent, les notions de **plan cartésien**, de **coordonnées**, d'**abscisse**, d'**origine**, de **pente** et d'**équation d'une droite** reviendront constamment. Ces notions devraient normalement vous être familières puisqu'elles ont fait l'objet d'un module préalable à ce cours. Nous pousserons ici un peu plus loin l'étendue de nos connaissances relatives au concept de la droite.

Cet approfondissement des notions sur la droite est plus que justifié. Les apprentissages contenus dans ce module vous serviront en physique, en chimie, en économie et en administration. En effet, il est possible de représenter graphiquement de nombreuses situations et les coordonnées des points, alignés ou non dans un plan cartésien, sont la source de renseignements importants lors de l'interprétation d'un quelconque phénomène.

Nous débuterons par l'étude de divers moyens qui permettent de trouver l'équation d'une droite et ce, à partir de deux données seulement. Il est en effet possible de déduire l'équation d'une droite en connaissant soit sa pente et les coordonnées de l'ordonnée à l'origine, soit sa pente et les coordonnées de l'un de ses points, soit les coordonnées de deux de ses points. Nous pouvons également trouver cette équation à partir des coordonnées de l'un des points appartenant à la droite et l'équation d'une autre droite qui lui est **parallèle** ou qui lui est **perpendiculaire**. Comment? Après avoir lu les deux premiers sous-modules, vous saurez répondre sans peine à cette question.

Par la suite, nous aborderons la notion de **distance**. Vous apprendrez à trouver la distance entre deux points dont les coordonnées sont connues. Ici, le bon vieux **théorème de Pythagore** sera, une fois de plus, indispensable.

Ensuite, nous vous présenterons deux nouvelles formules mathématiques. Elles vous permettront de calculer les coordonnées d'un point qui partage, dans un **rapport** donné, un segment dont les coordonnées des extrémités sont connues. La première de ces formules s'applique dans le cas où le point divise le segment dans un rapport quelconque; la deuxième, qui découle de la première, est spécifique au point situé au milieu d'un segment. En **géométrie analytique** (étude de figures par l'algèbre au moyen des coordonnées), ces notions sont des plus pratiques pour trouver l'équation de la médiatrice, de la médiane ou de la hauteur d'un triangle.

Finalement, le dernier sous-module vous permettra de vérifier vos acquis en résolvant des problèmes faisant appel à une ou plusieurs des notions vues précédemment.

Sans plus attendre, partez à la découverte de ces nouveaux concepts et bienvenue au royaume de la géométrie analytique!

OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-4107-1 comporte cinq sous-modules et prévoit une durée d'apprentissage de vingt-cinq heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	Nombres d'heures*	% (évaluation)
1 et **2**	10	40 %
3	3	15 %
4	5	20 %
5	6	25 %

* Une heure est réservée à l'évaluation finale.

1. Détermination de l'équation d'une droite

   Déterminer l'équation d'une droite en connaissant soit :
   - la pente et l'ordonnée à l'origine de cette droite,
   - la pente et les coordonnées de l'un des points appartenant à cette droite,
   - les coordonnées de deux points appartenant à cette droite.

2. **Droites perpendiculaires et droites parallèles**

   Déterminer l'équation d'une droite à partir de l'un ou l'autre des groupes de données suivants :
   - **les coordonnées de l'un de ses points et l'équation d'une droite qui lui est parallèle,**

- **les coordonnées de l'un de ses points et l'équation d'une droite qui lui est perpendiculaire.**

Les coordonnées des points et les coefficients des variables des équations de droites sont des nombres rationnels. L'équation obtenue devra être de la forme $y = mx + b$ ou de la forme $Ax + By + C = 0$. Les étapes de la résolution doivent être décrites.

Analyser des liens qui peuvent exister entre les équations représentant des droites. Les droites peuvent être parallèles, perpendiculaires, confondues ou concourantes.

3. Distance entre deux points

Déterminer la distance entre deux points du plan cartésien dont les coordonnées sont connues. Les coordonnées et la distance sont des nombres rationnels. Les problèmes décrivent des situations de la vie courante. Les étapes de la solution sont exigées et la distance obtenue doit être accompagnée d'une unité de mesure.

4. Coordonnées d'un point qui partage un segment dans un rapport donné

Déterminer les coordonnées du point qui partage un segment de droite dans un rapport donné. Les coordonnées des points situés aux extrémités du segment de droite sont connues. Les coordonnées et le rapport donnés sont des nombres rationnels. Les problèmes décrivent des situations de la vie courante et le rapport dans lequel le segment est partagé doit être déduit à partir de l'énoncé de la situation. Les étapes de la résolution doivent être décrites.

5. Résolution de problèmes relatifs à la géométrie analytique

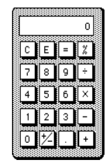
Résoudre des problèmes nécessitant l'application des notions suivantes : le calcul de la distance entre deux points, la détermination des coordonnées d'un point de partage d'un segment et la recherche de l'équation d'une droite. La résolution peut faire appel à l'ensemble ou à la plupart de ces notions.

Corrigé

ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

Consignes

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.



2° L'utilisation de la calculatrice est permise.

3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez vos réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

1. Placez sur le plan cartésien ci-dessous les points dont les coordonnées sont fournies.

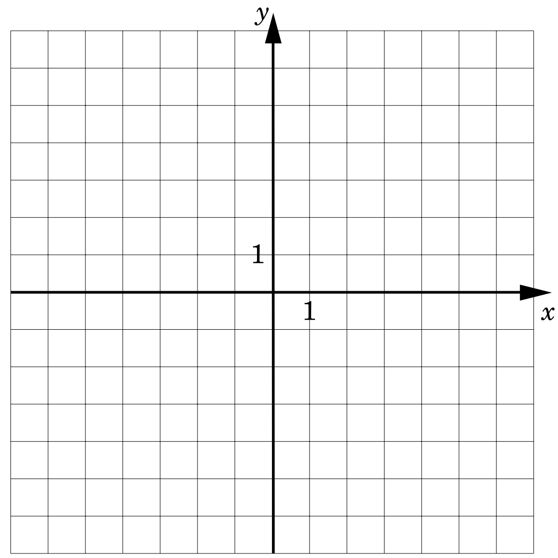
A(2, 4)

B$\left(3, -\frac{5}{2}\right)$

C(–2, 0)

D(0, 0)

E$\left(-\frac{1}{2}, -4\right)$



2. Sur le plan cartésien ci-dessous, représentez graphiquement les équations suivantes.

a) $3y + 9x = -12$

....

....

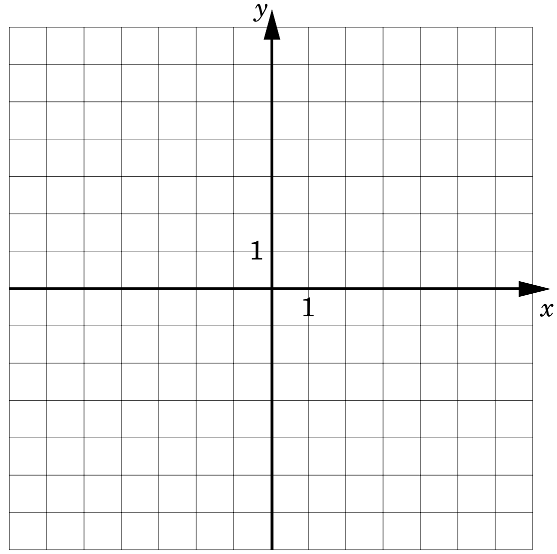
x			
y			

b) $y + 6 = -3x$

....

....

x			
y			



c) De quel type sont les droites obtenues en a) et en b)? Dites pourquoi.

....

....

3. Trouvez la pente des droites suivantes.

a) $2x - 3y - 2 = 0$

....

....

b) $y = -\frac{x}{4} + 13$

....

....

4. Quelle est la pente d'une droite qui passe par les points suivants?

a) $(4, -2)$ et $(-1, 0)$

....

....

b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ et $\left(0, \frac{2}{3}\right)$

....

....

5. Résolvez les équations suivantes. Les étapes de la résolution sont exigées.

a) $\dfrac{y-2}{2y+4} = \dfrac{3}{2}$

....

....

....

....

....

....

b) $\dfrac{3x-4}{5} = \dfrac{8-2x}{3}$

....

....

....

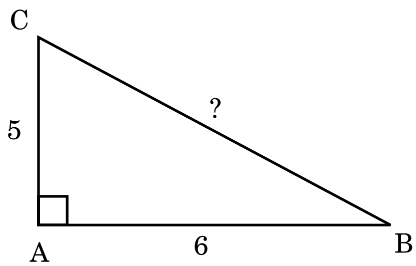
....

....

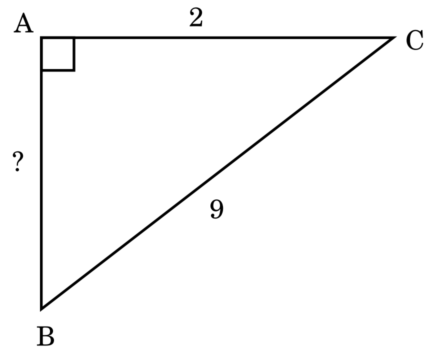
....

6. Calculez la mesure du troisième côté des triangles rectangles suivants.

a)



b)



....

....

....

....

....

7. Les Miljours partent en randonnée pour la fin de semaine. Ils parcourent deux cent cinquante kilomètres en direction sud, puis trois cent quatre-vingts kilomètres vers l'est. Leur voiture peut franchir quatre cent soixante-quinze kilomètres avec un seul réservoir d'essence et il en coûte trente-deux dollars pour faire le plein. Calculez la distance (d) en ligne droite entre les points de départ et d'arrivée.

....

....

....

....

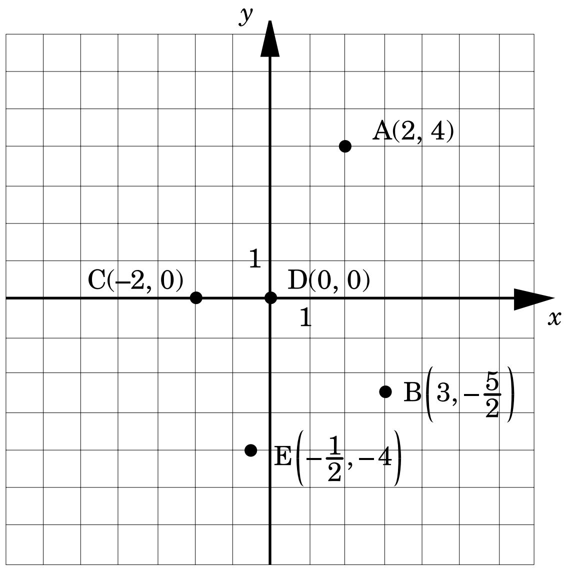
....

....

Corrigé

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1.



2. a) $3y + 9x = -12$

$3y = -9x - 12$

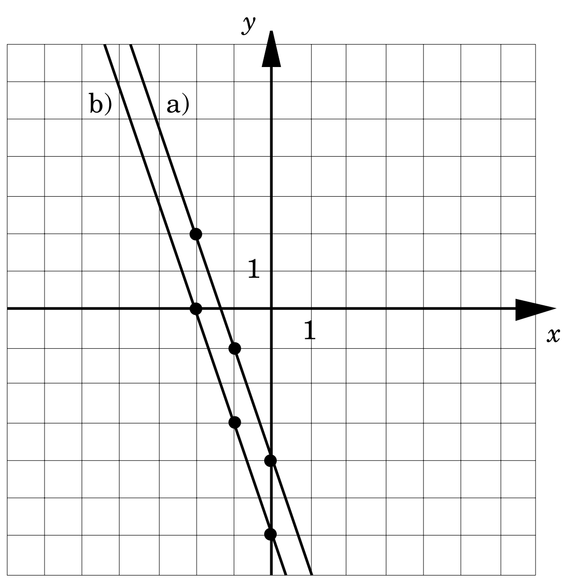
$y = -3x - 4$

b) $y + 6 = -3x$

$y = -3x - 6$

x	-2	-1	0
y	2	-1	-4

x	-2	-1	0
y	0	-3	-6



c) Droites parallèles et distinctes. Parce qu'elles ont la même pente ($m = -3$) et que les ordonnées à l'origine sont différentes ($-4 \neq -6$).

3. a) $m = \frac{-A}{B} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ (Équation de la forme $Ax + By + C = 0$)

b) m = coefficient de $x = -\frac{1}{4}$ (Équation de la forme $y = mx + b$)

4. a) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-2)}{-1 - 4} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$

b) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{0 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{-2}{1}\right) = -\frac{2}{3}$

5. a) $\frac{y - 2}{2y + 4} = \frac{3}{2}$

$2(y - 2) = 3(2y + 4)$

$2y - 4 = 6y + 12$

$2y - 6y = 12 + 4$

$-4y = 16$

$y = \frac{16}{-4}$

$y = -4$

b) $\frac{3x - 4}{5} = \frac{8 - 2x}{3}$

$3(3x - 4) = 5(8 - 2x)$

$9x - 12 = 40 - 10x$

$9x + 10x = 40 + 12$

$19x = 52$

$x = \frac{52}{19}$ ou $2\frac{14}{19}$

6. a) $a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 5^2 + 6^2$

$a^2 = 25 + 36$

$a^2 = 61$

$a = 7{,}81$

b) $c^2 = a^2 - b^2$

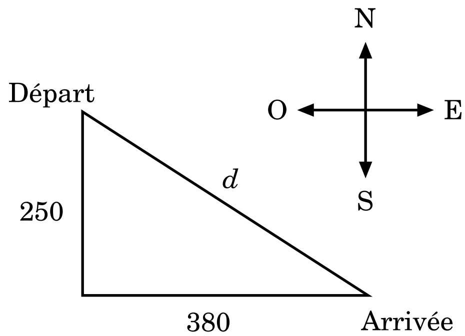
$c^2 = 9^2 - 2^2$

$c^2 = 81 - 4$

$c^2 = 77$

$c = 8{,}77$

7.



$d^2 = 250^2 + 380^2$

$d^2 = 62\ 500 + 144\ 400$

$d^2 = 206\ 900$

$d = 454{,}86$ (au centième près)

Il y a une distance de 454,9 km entre les points de départ et d'arrivée.

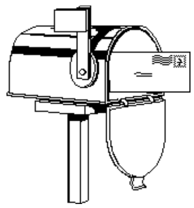
Corrigé

ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1.			7.2	7.19	Sous-module 1
2. a)			7.2	7.19	Sous-module 1
b)			7.2	7.19	Sous-module 1
c)			7.2	7.19	Sous-module 1
3. a)			7.2	7.19	Sous-module 1
b)			7.2	7.19	Sous-module 1
4. a)			7.2	7.19	Sous-module 1
b)			7.2	7.19	Sous-module 1
5. a)			7.3	7.32	Sous-module 1
b)			7.3	7.32	Sous-module 1
6. a)			7.1	7.4	Sous-module 3
b)			7.1	7.4	Sous-module 3
7.			7.1	7.4	Sous-module 3

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités suggérées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».



SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-4107-1 ainsi que les devoirs qui s’y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n’hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L’enseignement à distance est un processus d’apprentissage d’une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l’étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d’apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d’étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

Les devoirs

Le cours MAT-4107-1 comprend trois devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à la mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

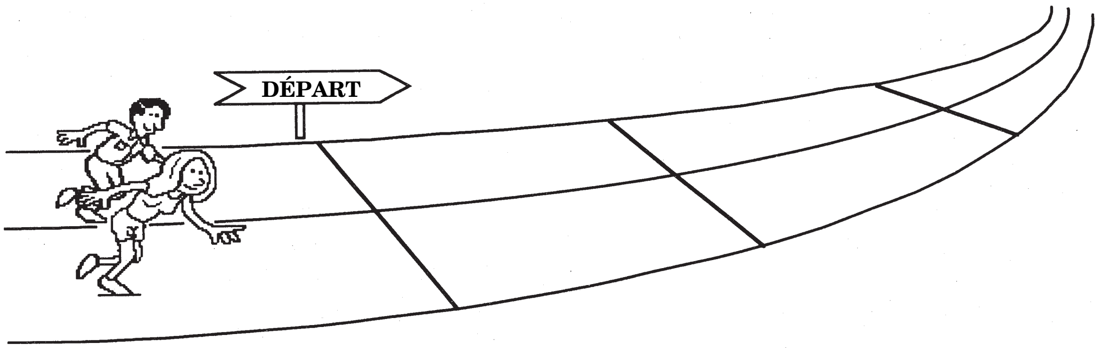
Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, s'il y a lieu.

Dans ce cours

Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 et 2.
Le devoir 2 porte sur les sous-modules 3 à 5.
Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 5.

SANCTION

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.

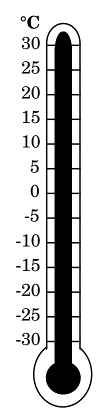


SOUS-MODULE 1

DÉTERMINATION DE L'ÉQUATION D'UNE DROITE

1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

Quand la température s'en mêle



Sébastien sent que sa température grimpe! Il doit remettre son devoir de mathématiques le lendemain et ne sait trop comment résoudre les trois problèmes qui lui sont proposés. M. Mercure, son professeur, a pourtant été assez clair en ce qui concerne les explications nécessaires à la compréhension de ce devoir. Mais Sébastien est un peu désorienté : ***pente, abscisse, ordonnée, coordonnées à l'origine***... que de mots!

Voici les énoncés des trois problèmes.

1. Trouvez l'équation d'une droite qui représente la variation de la température en degrés Kelvin en fonction de la variation de la température en degrés Celsius si la pente de cette droite est égale à 1 et son ordonnée à l'origine 273.

2. Quelle est l'équation d'une droite qui correspond à la variation de la température en degrés Réaumur en fonction de la variation de la température en degrés Celsius? La pente d'une telle droite est égale à $\frac{4}{5}$. Un thermomètre gradué en degrés Celsius marque 100° s'il est plongé dans l'eau à ébullition, tandis qu'un autre, gradué en degrés Réaumur, indique 80° s'il est plongé dans cette même eau.

3. Si nous plaçons deux thermomètres, l'un gradué en degrés Celsius et l'autre en degrés Fahrenheit, dans la glace fondante, le premier marque 0° tandis que l'autre indique 32°. Les mêmes thermomètres plongés dans l'eau bouillante indiquent respectivement 100 °C et 212 °F. Trouvez l'équation de la droite qui traduit la variation de la température en degrés Fahrenheit en fonction de celle qui est donnée en degrés Celsius.

Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de trouver l'équation d'une droite en connaissant soit la pente et *l'ordonnée à l'origine*, soit la pente et les *coordonnées d'un point* appartenant à la droite, soit les coordonnées de deux points situés sur la droite.

Revenons au premier problème de Sébastien. La **pente** et **l'ordonnée à l'origine** sont connues. Le ***plan cartésien*** de la figure 1.1 illustre ce cas.

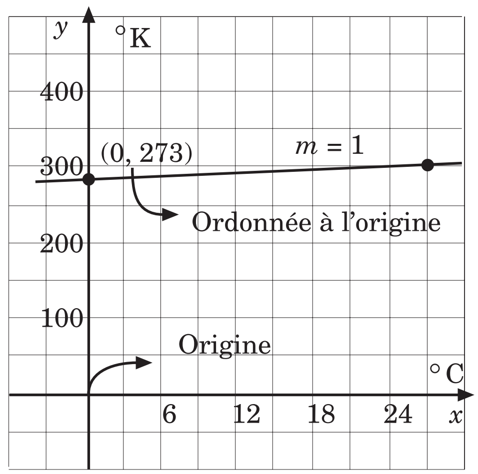
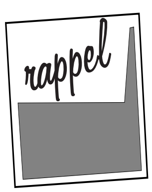


Fig. 1.1 Variation de la température en degrés Kelvin en fonction de celle en degrés Celsius



- *L'ordonnée à l'origine est la deuxième coordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des y. Ce point est généralement représenté par (0, b).*
- *L'**abscisse à l'origine** est la première coordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des x. Ce point est généralement représenté par (a, 0).*
- *La pente (ou taux de variation) d'une droite représente la variation des ordonnées sur la variation des abscisses. Mathématiquement, cette variation se traduit par* $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Nous savons déjà que nous pouvons représenter l'équation d'une droite par l'une ou l'autre de ces deux formes.

$$y = mx + b \text{ ou } Ax + By + C = 0$$

Dans la première de ces équations, m représente la pente de la droite et b représente l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire l'ordonnée du point de rencontre entre la droite et l'axe des y.

Si nous connaissons la pente et l'ordonnée à l'origine d'une droite, comme c'est le cas dans le premier problème de Sébastien, cela devient un jeu d'enfant de trouver l'équation de cette droite.

1° Remplaçons m par la valeur de la pente et b par la valeur de l'ordonnée à l'origine dans l'équation $y = mx + b$.

Puisque $m = 1$ et $b = 273$, alors
$y = 1x + 273$ ou $y = x + 273$.

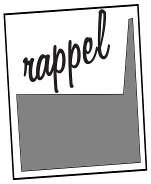
2° Vérifions la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées du point (0, 273).

$$\begin{aligned} y &= x + 273 \\ 273 &= 0 + 273 \\ 273 &= 273 \end{aligned}$$

N.B. – Tous les points de la droite vérifient cette équation. Vous pouvez vérifier cette affirmation en prenant n'importe quel point situé sur la droite de la figure 1.1.

rappel

Dans toute équation de la forme $y = mx + b$, m est la pente et b l'ordonnée à l'origine.
En effet, la pente d'une droite est égale au coefficient de x et l'ordonnée à l'origine est égale au terme constant lorsque la variable y est isolée.



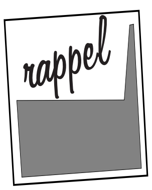
Dans toute équation de la forme $Ax + By + C = 0$, appelée ***équation générale d'une droite,*** *la pente est égale à $\frac{-A}{B}$ si $B \neq 0$ et l'ordonnée à l'origine est égale à $\frac{-C}{B}$ si $B \neq 0$.*

Exemple 1

Trouvons l'équation d'une droite si elle coupe l'axe des y au point $(0; -2{,}5)$ et qu'elle a une pente égale à -3.

Puisque $m = -3$ et $b = -2{,}5$, alors
$$y = -3x - 2{,}5.$$

Vérifions : $-2{,}5 = -3(0) - 2{,}5$
$$-2{,}5 = -2{,}5$$



- *La pente d'une droite est positive ($m > 0$) si cette droite s'élève de la gauche vers la droite.*
- *La pente d'une droite est négative ($m < 0$) si cette droite s'abaisse de la gauche vers la droite.*
- *La pente d'une droite est nulle ($m = 0$) si cette droite est en position horizontale.*
- *La pente d'une droite est non définie si cette droite est en position verticale.*

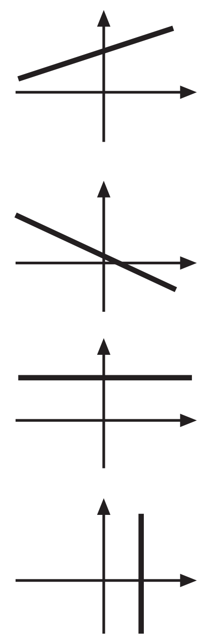


Fig. 1.2 Position d'une droite selon sa pente

Rien de compliqué, n'est-ce pas? Passons maintenant au deuxième problème de Sébastien. Il s'agit de trouver l'équation d'une droite, connaissant sa pente et les coordonnées de l'un de ses points.

L'énoncé de ce problème spécifie que lorsque le thermomètre gradué en degrés Celsius marque 100, celui qui est gradué en degrés Réaumur marque 80. Cela se traduit par le point (100, 80) sur le plan cartésien.

Le point (80, 100) ne peut correspondre à la situation donnée parce que l'énoncé précise que la variation de la température en degrés Réaumur varie **en fonction** de la température en degrés Celsius. Cela signifie que les degrés Réaumur occupent l'axe des y et que les degrés Celsius sont situés sur l'axe des x, et non l'inverse. Consultez les figures 1.3 et 1.4.

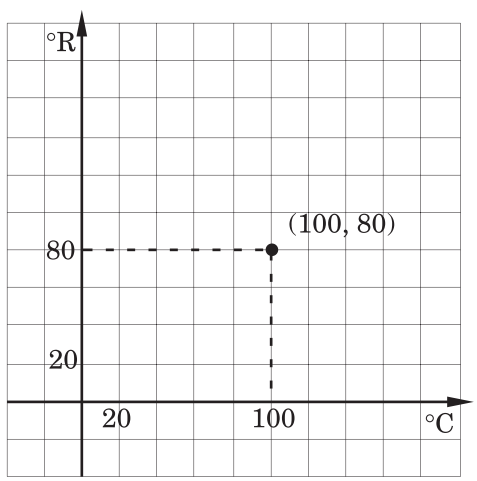


Fig. 1.3 Variation de la température en degrés Réaumur en fonction de celle en degrés Celsius

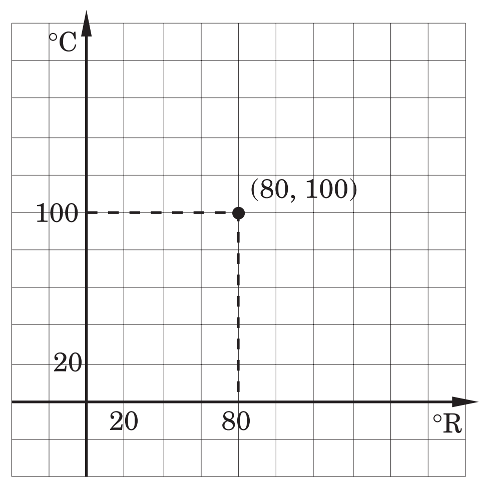


Fig. 1.4 Variation de la température en degrés Celsius en fonction de celle en degrés Réaumur

Nous savons déjà que la pente se traduit par la variation du ***déplacement vertical*** (variation des ordonnées) sur la variation du ***déplacement horizontal*** (variation des abscisses). Autrement dit, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Ici, la pente est $\frac{4}{5}$. C'est donc dire que la pente entre le point (100, 80) et tout autre point (x, y) de la droite sera aussi $\frac{4}{5}$. Nous pouvons par conséquent écrire :

$$\frac{4}{5} = \frac{y - 80}{x - 100}$$

Il suffit de résoudre cette équation posée sous forme d'une ***proportion*** et l'équation est trouvée.

rappel

Pour résoudre une équation posée sous forme de proportion, nous devons appliquer la propriété fondamentale des proportions qui spécifie que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. Ainsi,

$$\frac{4x}{2} = \frac{6}{7}$$

$$4x \times 7 = 2 \times 6$$

$$28x = 12$$

$$x = \frac{12}{28}$$

$$x = \frac{3}{7}$$

Nous avons donc :

$$\frac{4}{5} = \frac{y-80}{x-100}$$

$$5(y-80) = 4(x-100)$$

$$5y - 400 = 4x - 400$$

$$5y = 4x - 400 + 400$$

$$5y = 4x + 0$$

$$y = \frac{4}{5}x$$

N.B. – Ici, $b = 0$. Cela signifie que la droite passe par l'***origine***, c'est-à-dire le point (0, 0).

Après avoir trouvé l'équation de la droite, nous devons vérifier sa validité en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées du point donné dans l'énoncé du problème, soit (100, 80).

$$y = \frac{4}{5}x$$

$$80 = \frac{4}{5} \times 100$$

$$80 = 80$$

L'égalité étant vérifiée, nous pouvons conclure que l'équation est bien celle d'une droite passant par le point (100, 80) et dont la pente est $\frac{4}{5}$. Consultez la figure suivante : vous constaterez que n'importe quel point situé sur la droite satisfait à l'équation trouvée.

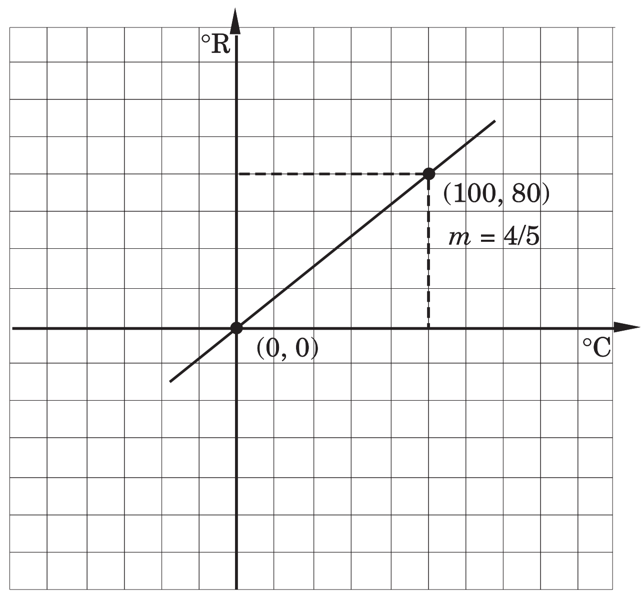


Fig.1.5 Variation de la température en degrés Réaumur en fonction de celle en degrés Celsius

De façon générale, pour trouver l'équation d'une droite lorsque nous connaissons sa pente m et les cordonnées (x_1, y_1) de l'un de ses points, il suffit d'appliquer la formule de la pente avec un autre point quelconque (x, y) de la droite. Nous avons alors $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$.

Exemple 2

Soit une droite ayant une pente de $-\frac{5}{6}$ et passant par le point $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$. Quelle est l'équation de cette droite?

1° Appliquons la formule $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ où (x_1, y_1) sont les coordonnées du point donné.

$$-\frac{5}{6} = \frac{y - \left(-\frac{1}{2}\right)}{x - \frac{2}{3}}$$

$$-\frac{5}{6} = \frac{y + \frac{1}{2}}{x - \frac{2}{3}}$$

$$6\left(y + \frac{1}{2}\right) = -5\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

$$6y + 3 = -5x + \frac{10}{3}$$

$$6y = -5x + \frac{10}{3} - 3$$

$$6y = -5x + \frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{5}{6}x + \frac{1}{18}$$

2° Vérifions la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées du point donné.

$$y = -\frac{5}{6}x + \frac{1}{18}$$

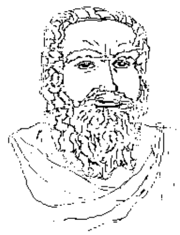
$$-\frac{1}{2} = -\frac{5}{6}\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{18}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{10}{18} + \frac{1}{18}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{9}{18}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Sébastien est à présent plus sûr de lui. Après tout, cela n'est guère compliqué. Les exercices qui suivent vous permettront de vérifier si vous pouvez également trouver l'équation d'une droite à partir de certaines données. Mais avant cela, voyons un peu d'histoire.



Saviez-vous que...

... la graduation d'un thermomètre fait presque toujours référence au chercheur qui en est l'initiateur? C'est l'astronome et physicien suédois Anders Celsius (1701-1744) qui, le premier, eut l'idée d'un thermomètre centésimal, c'est-à-dire divisé en 100 unités égales.

Nous devons les degrés Fahrenheit au physicien allemand Gabriel-Daniel Fahrenheit (1686-1736). Il perfectionna le thermomètre en remplaçant l'alcool par du mercure et inventa un nouveau type de graduation. Il est aussi l'inventeur d'un aréomètre, instrument qui sert à mesurer la densité des liquides.

La graduation en degrés Kelvin, aussi appelés degrés absolus, est attribuable à William Thomson, alias lord Kelvin (1824-1907), qui en fut le premier utilisateur. Ce physicien anglais accomplit un travail considérable en thermodynamique. Il fut l'inventeur d'un galvanomètre (instrument qui sert à mesurer les courants électriques de faible intensité) et d'un électromètre (instrument qui sert à mesurer les différences de potentiel électrique).

René Antoine Ferchault de Réaumur (1683-1757), physicien et naturaliste français, inventa lui aussi un thermomètre qui porte aujourd'hui son nom. Il fut l'auteur d'études sur les techniques industrielles rattachées à la production de l'acier et du fer-blanc. Ces travaux firent de lui « le père de la métallurgie ». Nous lui devons également de nombreuses recherches sur les invertébrés.

Exercice 1.1

1. Trouvez l'équation des droites ci-dessous dont l'ordonnée à l'origine et la pente sont données. Vérifiez l'équation trouvée.

   a) L'ordonnée à l'origine est 5 et la pente 2.

   b) L'ordonnée à l'origine est -3 et la pente $\frac{1}{2}$.

   c) L'ordonnée à l'origine est $-5{,}35$ et la pente $-0{,}54$.

2. Quelle est l'équation d'une droite qui satisfait aux conditions indiquées ci-dessous? Vérifiez l'équation trouvée.

   a) Passe par (2, 5) et $m = -\frac{1}{2}$.

b) Passe par $(-2, -1)$ et $m = 2$.

c) Passe par $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ et $m = -\frac{1}{6}$.

d) Passe par $(0, 3)$ et $m = -8$.

e) Passe par $(-2{,}4; 6{,}3)$ et $m = 5{,}6$.

Sébastien s'attaque maintenant au troisième problème du devoir. Il s'agit de trouver l'équation d'une droite correspondant à la variation de la température en degrés Fahrenheit en fonction de celle en degrés Celsius.

? Sur quel axe du plan cartésien devons-nous situer les degrés Fahrenheit?

....

? Sur quel axe du plan cartésien les degrés Celsius seront-ils représentés?

....

Comme l'énoncé du problème précise que la droite doit représenter la variation des degrés Fahrenheit en fonction de celle en degrés Celsius, nous devons placer les degrés Fahrenheit sur l'axe des y et les degrés Celsius sur l'axe des x.

L'énoncé précise aussi que, plongés dans la glace fondante, le thermomètre gradué en degrés Fahrenheit indique 32 et celui qui est gradué en degrés Celsius marque 0. Cela se traduit sur le plan par un point dont les coordonnées sont (0, 32). Dans l'eau bouillante, les mêmes thermomètres indiquent respectivement 212 degrés Fahrenheit et 100 degrés Celsius. Ces mesures correspondent au point (100, 212).

Sébastien croit se souvenir que M. Mercure leur a conseillé de tracer la droite représentative d'une situation donnée, car la visualisation d'un problème facilite souvent sa résolution.

? Placez les points (0, 32) et (100, 212) sur le plan cartésien suivant et tracez la droite passant par ces deux points.

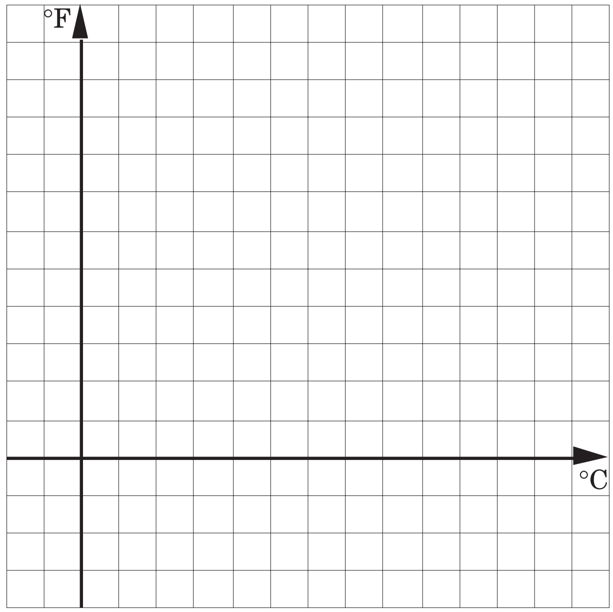


Fig. 1.6 Plan cartésien

Les coordonnées de deux points sont ainsi données et nous cherchons l'équation de la droite passant par ces deux points. La figure suivante illustre la droite correspondant à l'énoncé du problème.

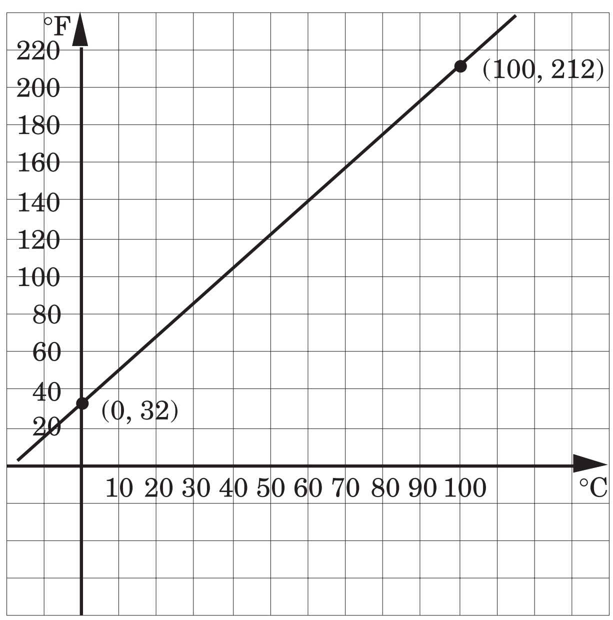


Fig. 1.7 Variation de la température en degrés Fahrenheit en fonction de celle en degrés Celsius

Trouvons l'équation d'une droite dont nous connaissons les coordonnées de deux points.

1° Calculons la pente de cette droite en utilisant les coordonnées connues des deux points.

$$(x_1, y_1) = (0, 32) \text{ et } (x_2, y_2) = (100, 212).$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{212 - 32}{100 - 0}$$

$$m = \frac{180}{100}$$

$$m = \frac{9}{5}$$

N.B. – C'est par souci de commodité que nous considérons ici les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) comme respectivement (0, 32) et (100, 212). Cela posé, la différence entre les ordonnées et celle entre les abscisses est positive. Cependant, les calculs sont tout aussi exacts si nous considérons les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) comme respectivement (100, 212) et (0, 32).

2° Utilisons la valeur de la pente et les coordonnées de l'un des deux points pour trouver l'équation.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$\frac{9}{5} = \frac{y - 32}{x - 0}$$

$$5(y - 32) = 9\,(x - 0)$$

$$5y - 160 = 9x$$

$$5y = 9x + 160$$

$$y = \frac{9}{5}x + \frac{160}{5}$$

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

N.B. – Nous pouvons aussi utiliser le point (100, 212) pour trouver l'équation. Nous devons alors calculer :

$$\frac{9}{5} = \frac{y - 212}{x - 100}$$

$$5(y - 212) = 9(x - 100)$$

$$5y - 1\,060 = 9x - 900$$

$$5y = 9x + 160$$

$$y = \frac{9}{5}x + \frac{160}{5}$$

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

N.B. – Nous pouvons aussi trouver l'équation de la droite en posant $m = \frac{9}{5}$ et $b = 32$ puisque (0, 32) sont les coordonnées de l'ordonnée à l'origine. Ainsi,

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

3° Vérifions la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées de l'un ou l'autre des points donnés.

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

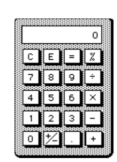
$$32 = \frac{9}{5}(0) + 32$$

$$32 = 32$$

N.B. – La vérification peut évidemment s'effectuer en utilisant le point (100, 212).

Exemple 3

Une droite passe par les points (2,53; –3,02) et (2,45; 0). Quelle est l'équation de cette droite?



1° Calculons la pente de la droite passant par ces deux points.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0 - (-3{,}02)}{2{,}45 - 2{,}53}$$

$$m = \frac{3{,}02}{-0{,}08}$$

$$m = -37{,}75$$

2° Utilisons la valeur de la pente et les coordonnées de l'un ou l'autre des deux points pour trouver l'équation.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$-37{,}75 = \frac{y - 0}{x - 2{,}45}$$

$$y = -37{,}75(x - 2{,}45)$$

$$y = -37{,}75x + 92{,}49$$

N.B. – 92,49 est arrondi au centième près.

3° Vérifions la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées de l'un des deux points donnés.

$$y = -37{,}75x + 92{,}49$$

$$0 = -37{,}75(2{,}45) + 92{,}49$$

$$0 = -92{,}49 + 92{,}49$$

$$0 = 0$$

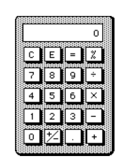
Sébastien a terminé son devoir. Rien de tout cela n'est bien sorcier après tout! Une fois acquis le vocabulaire relatif au plan cartésien, il suffit de résoudre des équations posées sous forme de proportion et « l'affaire est dans le sac ». Passons maintenant à quelques exercices, histoire de vérifier si vous vous en tirez aussi bien que Sébastien.

Exercice 1.2

Déterminez l'équation de chacune des droites passant par les deux points indiqués. Les étapes de la résolution et la vérification sont exigées.
N.B. – Les résultats doivent être arrondis au centième près lorsque c'est nécessaire.

1. (1, –3) et (2, 2)

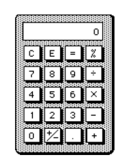
2. (2,3; –5,1) et (3,2; 2,7)



3. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ et $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$

4. $(0, 4)$ et $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

5. $(2{,}1; -3{,}4)$ et $(-1{,}3; -2{,}7)$



6. (0; 3,25) et (5,14; 0)

7. $\left(0, \frac{1}{3}\right)$ et $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$

8. (0, 0) et (–3,2; –1,3)

Deux cas particuliers peuvent se présenter lors de la recherche de l'équation d'une droite. Les deux exemples qui suivent illustrent ces situations.

Exemple 4

Quelle est l'équation d'une droite qui passe par les points (–3, 3) et (4, 3)?

1° Calculons d'abord la pente.

$$m = \frac{3-3}{4-(-3)} = \frac{0}{4+3} = \frac{0}{7} = 0$$

La pente de cette droite est nulle : c'est donc une droite horizontale.

2° Trouvons son équation.

$$0 = \frac{y-3}{x+3}$$
$$y - 3 = 0(x+3)$$
$$y - 3 = 0$$
$$y = 3$$

Toutes les équations de la forme y = b, c'est-à-dire où la variable x n'apparaît pas, sont représentées graphiquement par une droite horizontale ***parallèle*** *à l'axe des x.*

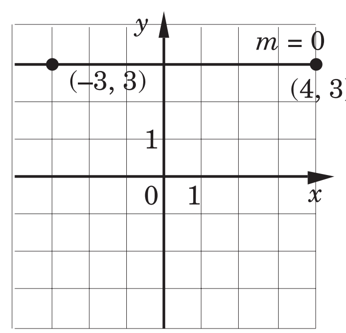


Fig. 1.8 Droite horizontale

La deuxième partie de cet exemple peut se faire de façon plus simple.

Nous savons que tous les points d'une droite horizontale sont à égale ***distance*** de l'axe des x. Nous pouvons en conclure que les ordonnées de tous les points sont égales.

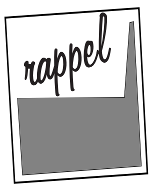
D'où, $b = 3$ et $y = b$, alors $y = 3$.

Exemple 5

Quelle est l'équation d'une droite qui passe par les points (1, 4) et (1, –2)?

1° Calculons d'abord la pente.
$m = \dfrac{-2-4}{1-1} = \dfrac{-6}{0}$, non définie.

La pente de cette droite est non définie : c'est donc une droite verticale.



Toutes les équations de la forme $x = a$, c'est-à-dire les équations où la variable y n'apparaît pas, sont représentées graphiquement par une droite verticale parallèle à l'axe des y.

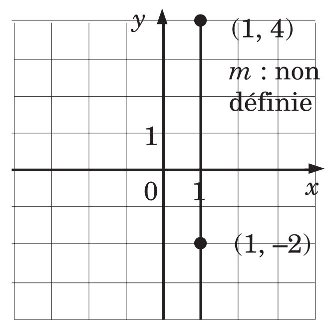


Fig. 1.9 Droite verticale

2° Trouvons son équation.

Nous savons que tous les points d'une droite verticale sont à égale distance de l'axe des y. Nous pouvons en conclure que les abscisses de tous les points sont égales.

D'où, $a = 1$ et $x = a$, alors $x = 1$.

Trouvez directement les équations des droites passant par les points suivants.

? a) $(-2, 5)$ et $\left(-2, \dfrac{3}{4}\right)$:...................... b) (0,25; 3,75) et (4; 3,75) : ....

Si vos équations sont $x = -2$ et $y = 3,75$, vous avez trouvé le chemin le plus rapide qui mène à la solution. En effet, dans les deux premiers couples, la coordonnée constante est -2, soit l'abscisse, tandis que pour les deux derniers, la coordonnée constante est 3,75, soit l'ordonnée.

Dans de telles situations, il n'est pas nécessaire de faire tous les calculs. Il suffit tout simplement d'appliquer $x = a$ pour une droite verticale et $y = b$ pour une droite horizontale.

Avant les exercices de consolidation, nous vous présentons un résumé des étapes à suivre pour trouver l'équation d'une droite en fonction des données fournies.

Pour trouver l'équation d'une droite en connaissant la pente et l'ordonnée à l'origine de cette droite, nous devons :

1° remplacer m par la valeur donnée de la pente et b par la valeur de l'ordonnée à l'origine dans l'équation $y = mx + b$;

2° vérifier la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées du point $(0, b)$.

Pour trouver l'équation d'une droite en connaissant la pente et les coordonnées de l'un de ses points, nous devons :

1° appliquer la formule $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ où (x_1, y_1) sont les coordonnées du point donné;

2° vérifier la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées du point donné.

Pour trouver l'équation d'une droite en connaissant les coordonnées de deux points appartenant à cette droite, nous devons :

1° calculer la pente de la droite à l'aide des coordonnées des deux points donnés et ce, en appliquant la formule $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$;

2° utiliser la valeur de la pente et les coordonnées de l'un ou l'autre des deux points donnés pour trouver l'équation en appliquant la formule m = $\frac{y - y_1}{x - x_1}$;

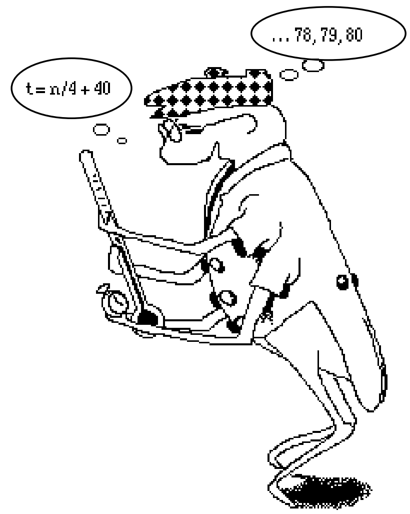
3° vérifier la validité de l'équation trouvée en substituant aux variables les valeurs respectives des coordonnées de l'un des deux points.

C'est ici que se termine ce sous-module. Les exercices de consolidation qui suivent vous permettront de vérifier si vous maîtrisez les notions qui y sont exposées. Si vous éprouvez de la difficulté à effectuer ces exercices, n'hésitez pas à relire les passages qui les concernent. La compréhension des notions de ce sous-module est essentielle à celle des sous-modules suivants. Mais avant, faisons un peu de sciences naturelles!

Saviez-vous que…

… des chercheurs américains ont découvert une relation entre la température ambiante et le nombre de stridulations que peut émettre un grillon par minute? Il vous serait donc possible d'utiliser le grillon comme thermomètre!

Sachant qu'à 50 °F le grillon émet 40 stridulations par minute et qu'à 75 °F il en émet 140, trouvez l'équation établie par les chercheurs américains qui démontre la relation de la température (en degrés Fahrenheit) en fonction du nombre de stridulations par minute. Sur la base de cette équation, déterminez à quelle température (d'abord en degrés Fahrenheit, ensuite en degrés Celsius) cet insecte cesse de chanter.



N.B. – La solution se trouve dans le corrigé des exercices.

1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

Pour chacun des problèmes suivants, trouvez l'équation de la droite qui satisfait aux conditions données. Les étapes de la solution et la vérification sont exigées. *N.B.* – Les résultats doivent être arrondis au centième près lorsque c'est nécessaire.

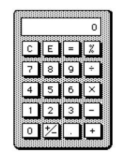
1. La pente de la droite est 3 et elle passe par le point $(-2, 7)$.

2. La pente de la droite est -2 et elle passe par le point $(2, -5)$.

3. La pente de la droite est $-\frac{4}{3}$ et elle passe par le point $(0, 4)$.

4. La droite passe par les points $(-2, 6)$ et $(3, -5)$.

5. La droite passe par les points $(2{,}3; -1{,}5)$ et $(1{,}7; 2{,}8)$.



6. La pente de la droite est $-\frac{2}{3}$ et l'ordonnée à l'origine est 4.

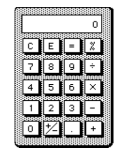
7. La pente de la droite est $\frac{1}{3}$ et l'abscisse à l'origine est -3.

8. L'ordonnée à l'origine est $-2,5$ et l'abscisse à l'origine est $-5,3$.

9. La droite passe par les points $(-3, 2)$ et $(4, 2)$.

10. L'ordonnée à l'origine est $-\frac{1}{2}$ et la droite passe par le point (3, –2).

11. La droite passe par l'origine et sa pente est $-\frac{2}{3}$.



12. La pente de la droite est –2,3 et elle passe par le point (2,5; 0,4).

13. La droite passe par les points $\left(-\frac{5}{2}, 7\right)$ et $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$.

14. La pente de la droite est 0 et elle passe par le point $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$.

15. La hauteur de la colonne de mercure d'un thermomètre est nulle lorsqu'il fait 0 °C et elle est de 11 cm quand la température monte à 33 °C. Trouvez l'équation de la droite correspondante si :

    a) la hauteur de la colonne de mercure suit l'axe des y et la température en °C suit l'axe des x.

    b) la température en °C suit l'axe des y et la hauteur de la colonne de mercure suit l'axe des x.

1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

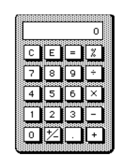
1. Complétez les phrases suivantes en inscrivant dans les espaces laissés en blanc les termes ou expressions manquants.

   La pente d'une droite est égale au .... de x lorsque la variable y est isolée.

   L'ordonnée à l'origine d'une droite est égale au .... lorsque la variable y est isolée.

2. Trouvez l'équation de chaque droite à partir des indications du tableau suivant.

m	Abscisse à l'origine	b	$P_1(x_1, y_1)$	$P_2(x_2, y_2)$	Équation de la droite
6	-3				a)
-3		4			b)
			(2,3; −3,6)	(4,2; 3,7)	c)
	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$			d)
$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{3}$			e)



1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

Le retour aux origines

Considérons a et b comme les coordonnées à l'origine d'une droite quelconque. Cette droite passe donc par les points $(a, 0)$ et $(0, b)$. Nous savons déjà que la pente calculée à partir de deux points est égale à la pente calculée entre un point quelconque de la droite et l'un des deux points donnés. Ce qui se traduit par :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

À partir de cette équation, trouvez l'équation d'une droite dont les coordonnées à l'origine sont données.